

Departamento de Educação da Faculdade de Ciências
Universidade de Lisboa

**CONCEPÇÕES E PRÁTICAS DE JOVENS PROFESSORES PERANTE A
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICA: UM ESTUDO
LONGITUDINAL DE DOIS CASOS**

Isabel Vale

BIBLIOTECA
RAMO EDUCACIONAL
TH/231—
Faculdade de Ciências de Lisboa

Mestrado em Educação
1993

4

MARIA ISABEL PITEIRA DO VALE

Concepções e Práticas de Jovens Professores Perante a Resolução de Problemas de Matemática: Um Estudo Longitudinal de Dois Casos.
(sob a orientação do Prof. Dr. Domingos Manuel Barros Fernandes)

Este estudo incide sobre as concepções e práticas de dois alunos no último ano de formação inicial e no primeiro ano de exercício da docência, relativamente a actividades de resolução de problemas de matemática. Em particular, o estudo foi orientado pelas seguintes questões gerais: (a) Que concepções revelam os futuros professores relativamente à resolução de problemas de matemática? (b) Que concepções e práticas, em relação à resolução de problemas de matemática e ao seu ensino, revelam os participantes no início da sua carreira docente? (c) Que relações existem entre as concepções e práticas dos participantes enquanto alunos e enquanto professores? (d) Como é que se poderão explicar as concepções e práticas dos participantes?

Em face dos objectivos do estudo, foi decidido realizar estudos de caso de dois alunos, em que a investigadora optou por ser uma observadora passiva, testemunhar presencialmente várias aulas dos participantes e orientar pessoalmente todas as entrevistas realizadas. O estudo desenvolveu-se em duas fases: na primeira, acompanharam-se os dois alunos no último ano da sua formação inicial e na segunda, acompanharam-se os participantes no primeiro ano de exercício da sua docência.

Privilegiou-se a recolha de dados de natureza qualitativa, durante cerca de dois anos lectivos, através de: (a) gravações em vídeo das aulas dos participantes, enquanto alunos; (b) registos e notas feitas presencialmente, pela investigadora, nas aulas observadas nas duas fases do estudo; (c) gravações em áudio de entrevistas semi-estruturadas realizadas aos participantes durante as duas fases do estudo. Estes dados foram analisados a partir de um conjunto inicial de categorias definidas pela investigadora a partir dos objectivos definidos.

Relativamente às concepções manifestadas, pelos participantes no estudo, em relação à resolução de problemas, podem-se salientar as seguintes: (a) identificam problema e resolução de problemas com matemática; (b) atribuem grande importância à resolução de problemas que consideram útil para ensinar os alunos a raciocinar; (c) consideram que a resolução de problemas pode ser um meio de "dar" matemática, motivando os alunos; (d) consideram que para ensinar resolução de

problemas não é necessário saber muita matemática; e (e) consideram que ensinar resolução de problemas não é uma tarefa fácil.

As concepções que ambos os participantes manifestaram em relação à matemática têm subjacente uma visão dualística da disciplina: a matemática prática, que está ligada aos cálculos e a matemática do raciocínio, ligada aos problemas.

No que respeita à relação entre as concepções e as práticas dos participantes pode salientar-se que: (a) não se detectaram inconsistências entre as concepções dos participantes enquanto alunos e depois como professores em relação à resolução de problemas de matemática; (b) existe inconsistência entre as concepções sobre o ensino da matemática e da resolução de problemas com a sua prática; (c) no Rui é a visão instrumentalista da matemática que é consistente com a sua prática; (d) na Maria é a visão dinâmica da matemática que é consistente com a sua prática; e (e) as concepções dos professores não estão relacionados de um modo simples com a sua prática na sala de aula, parecendo dirigidas por factores que esta investigação não conseguiu detectar.

Palavras-chave: Resolução de Problemas. Matemática. Concepções. Ensino Básico.

Departamento de Educação da Faculdade de Ciências
Universidade de Lisboa

**CONCEPÇÕES E PRÁTICAS DE JOVENS PROFESSORES PERANTE A
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICA: UM ESTUDO
LONGITUDINAL DE DOIS CASOS**

Isabel Vale
Licenciada em Matemática
Faculdade de Ciências do Porto

Tese Apresentada para Obtenção do Grau de
Mestre em Educação

Professor Orientador: Domingos Fernandes

Lisboa, 1993

à minha mãe

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador Domingos Fernandes

Ao meu professor João Pedro Ponte

Aos alunos que aceitaram colaborar nesta investigação

Ao José Portela e à Teresa Pimentel

Aos meus colegas de Mestrado

À minha família

A todos agradeço os ensinamentos, apoio e encorajamento que sempre me deram.

ÍNDICE

Agradecimentos	III
Lista de Tabela	VIII
Lista de Figura	IX
 CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO	 1
Organização desta Tese	1
Orientação para o Problema	2
O Problema	7
Definição de Termos	9
Contextos da Investigação	11
 CAPÍTULO II - REVISÃO DA LITERATURA	 13
Introdução	13
O Ensino-Aprendizagem da	
Resolução de Problemas	14
Algumas Definições de Problema	14
A Metacognição	19
Resolução de Problemas: Perspectivas e	
Tipologia de Problemas	23
Factores que Influenciam a Aprendizagem da	
Resolução de Problemas	32
Modelos de Ensino da Resolução de Problemas	41
Avaliação	49
Os Professores e a Resolução de Problemas	52
Formação	52
Processos de Pensamento	57
Concepções	60
Práticas	71
Síntese	74
 CAPÍTULO III - METODOLOGIA	 75
Opções Metodológicas	75
Delineamento do Estudo	82
Pilotagem	83
Fases do Estudo	85

Procedimentos	86
Os Participantes	92
Recolha de Dados	93
Entrevistas	95
Observações	97
Artefactos	98
Notas	98
Análise dos Dados	99
 CAPÍTULO IV - O RUI	 101
O Rui-Aluno	101
Perfil e Enquadramento	102
As Concepções	107
O Rui-Professor	130
Perfil e Enquadramento	131
O Rui e o Ensino da Resolução de Problemas	137
As Concepções	138
As Práticas	144
Análise Global Comparativa das Concepções do Rui enquanto Aluno e enquanto Professor com a Prática	150
A Matemática	151
A Resolução de Problemas	152
O Ensino da Resolução de Problemas	153
Os Agentes	156
 CAPÍTULO V - A MARIA	 157
A Maria-Aluna	157
Perfil e Enquadramento	158
As Concepções	163
A Maria-Professora	182
Perfil e Enquadramento	182
A Maria e o Ensino da Resolução de Problemas	188
As Concepções	188
As Práticas	199
Análise Global Comparativa das Concepções da Maria enquanto Aluna e enquanto Professora com a Prática	208
A Matemática	208
A Resolução de Problemas	209
O Ensino da Resolução de Problemas	210
Os Agentes	212

CAPÍTULO VII - CONCLUSÕES	213
Resumo	213
Conclusões	215
Limitações	222
Recomendações	225
Referências	227
Anexos:	245
Anexo 1 Questionário	247
Anexo 2 Guião das Entrevistas	249
Anexo 3 Tarefas	256
Anexo 4 Tipo de Problemas	265
Anexo 5 Esquema Geral de Observação	268
Anexo 6 Guia de Observação do Aluno em Resolução de Problemas em Pequeno Grupo	269
Anexo 7 Guia de Observação do Aluno em Actividades de Resolução de Problemas	270
Anexo 8 Sistema de Categorias	271

Lista de Tabelas

Tabela 1	Calendarização do Estudo	85
Tabela 2	Calendarização da 1ª fase do Estudo	87
Tabela 3	Calendarização da 2ª fase do Estudo	90
Tabela 4	Perspectivas sobre o Ensino da Resolução de Problemas	27
Tabela 5	Tipologia de Problemas	31
Tabela 6	Características Gerais dos dois Casos	222

Lista de Figuras

Figura 1	Conceptualização Geral do Estudo	83
Figura 2	Modelos de Ensino de Resolução de Problemas	49

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Neste capítulo apresentam-se o objectivo do estudo, as questões e os factores que o orientaram e a definição de alguns termos nele utilizados.

Organização desta Tese

Esta tese está organizada em seis capítulos. No Capítulo I, Introdução, apresentam-se as razões que orientaram o problema, a sua relevância e a definição de alguns termos que são discutidos no segundo capítulo. No Capítulo II, Revisão da Literatura, faz-se referência à literatura consultada, optando-se por dividi-la em três partes: na primeira, discutem-se as finalidades da resolução de problemas no ensino da matemática e as questões metodológicas decorrentes do ensino-aprendizagem deste tópico; na segunda, analisam-se trabalhos de investigação em resolução de problemas, concepções e práticas; e na terceira, resumem-se as ideias principais da literatura consultada. No Capítulo III, Metodologia, descreve-se a metodologia adoptada, fazendo referência à pilotagem dos instrumentos, à selecção dos participantes,

aos procedimentos implementados nas duas fases do estudo e aos métodos de recolha e análise de dados. Os Capítulos IV, A Maria, e V, O Rui, dizem respeito à descrição do percurso efectuado pelos participantes neste estudo. Cada um destes capítulos está dividido em três partes: a primeira descreve os participantes enquanto alunos de uma Escola Superior de Educação, focando o perfil e enquadramento, assim como as concepções manifestadas em relação à matemática, à resolução de problemas e ao seu ensino-aprendizagem; na segunda, faz-se a descrição dos participantes enquanto professores recém-formados, focando o perfil e enquadramento e as concepções e práticas manifestadas em relação ao ensino da resolução de problemas; na terceira parte, faz-se uma análise comparativa global das concepções dos participantes enquanto alunos e enquanto professores recém-formados com a prática efectuada, em relação à matemática, à resolução de problemas e ao seu ensino. No Capítulo VI, Conclusões, faz-se um sumário da investigação realizada, apresentam-se as suas conclusões e recomendações mais relevantes e identificam-se as suas principais limitações.

Orientação para o Problema

Resolver problemas faz parte da natureza humana. Logo, é necessário que o indivíduo desenvolva capacidades que lhe permitam ser capaz de interpretar e analisar situações problemáticas e processos de organização e de filtragem da grande quantidade de informação a que

está sujeito na comunidade tecnológica e altamente competitiva dos nossos dias. Por isso, torna-se necessário desenvolver um ensino que contribua para o desenvolvimento dos processos de pensamento dos alunos. Estes princípios são compartilhados, entre outros investigadores, por Polya (1987) "Primeiro e acima de tudo devemos ensinar os alunos a pensar" e por Lester (1985) "A última finalidade do ensino em resolução de problemas é permitir aos alunos pensar por eles próprios". Para atingir esta meta, tem sido preocupação da comunidade de educação matemática que, no ensino, sejam utilizados métodos mais activos, mais centrados no aluno e em que haja uma contínua ligação do que se desenvolve na sala de aula com a realidade. Kilpatrick (1985), em relação ao ensino-aprendizagem da resolução de problemas, refere que os investigadores tomaram consciência da importância de um desempenho mais activo por parte dos alunos e da criação de um clima agradável para a resolução de problemas.

É de maneira geral aceite que uma das finalidades mais importantes da matemática no ensino básico é a de contribuir para que os alunos desenvolvam capacidades e competências em resolução de problemas. Segundo Ponte (1987), a resolução de problemas é indiscutivelmente uma componente essencial da actividade matemática e deve ser considerada primordial no ensino desta disciplina pois pode dar um contributo fundamental para a formação integral do indivíduo. Para Lester (1977; 1980) a resolução de problemas é o cerne de toda a Matemática. Enquanto, Charles (1982) considera que uma das mais importantes finalidades da educação matemática é desenvolver em cada criança a capacidade para resolver problemas de matemática.

A necessidade de focar o ensino da Matemática na resolução de problemas foi proposta inicialmente pelo National Council of Supervisors of Mathematics (NCSM) em 1977, como uma das dez áreas fundamentais de competência a contemplar no séc. XX. Afirmava-se então que "Aprender a resolver problemas é a principal razão para estudar Matemática". Mais tarde, na continuação desta proposta, o National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) edita em 1980 "An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics of the 1980's" onde se afirma que a resolução de problemas deve ser o foco do ensino da Matemática para os anos 80. Mais recentemente, o NCTM edita em 1989 um documento, "Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics", onde se reafirma a importância da resolução de problemas em apoio à primeira recomendação de "An Agenda for Action": "(...) a resolução de problemas deve ser o foco da matemática escolar" que tem como Norma primeira: "A Matemática como Resolução de Problemas".

Desde 1988 que em Portugal, à imagem do que se passa nos Estados Unidos, a Associação de Professores de Matemática (APM), tem vindo a expressar a importância da resolução de problemas nas novas propostas curriculares: "(...) a resolução de problemas deve estar no centro do ensino e aprendizagem da Matemática em todos os níveis escolares". Seguindo estas recomendações, os novos currículos do ensino básico fazem já referência à resolução de problemas como sendo uma componente relevante a contemplar nas aulas de Matemática. Concretamente, no programa de Matemática para o 1º ciclo refere-se que "(...) a resolução de problemas é a actividade fundamental desta

disciplina", enquanto que no programa para os 2º e 3º ciclos se refere que "(...) o desenvolvimento das capacidades de resolução de problemas é um eixo organizador do ensino de Matemática (...)".

Todas estas considerações sobre o ensino da resolução de problemas estão de modo geral direccionadas para o aspecto cognitivo. Contudo, Matos (1992) chama a atenção que, o NCTM (1989) também faz referência a outras duas finalidades do domínio afectivo: (1) aprender a valorizar a matemática e (2) tornar-se confiante nas suas próprias capacidades. Este tipo de finalidades está relacionado com as concepções e atitudes que os alunos possuem em relação à Matemática. Logo, a par do aspecto cognitivo sobre a resolução de problemas, é importante conhecer outros aspectos. Muitos autores referem que as convicções, concepções e atitudes dos professores acerca da matemática, da resolução de problemas e do seu ensino-aprendizagem podem influenciar profundamente o comportamento do professor na sala de aula (Clark & Peterson, 1986; Grouws, Good & Dougherty, 1991; Romberg & Carpenter, 1986). Se as concepções dos alunos parecem depender, entre outros factores, do tipo de ensino a que estão submetidos na sala de aula, então o professor parece desempenhar um papel relevante na sua formação. É pois pressuposto neste estudo que o professor é uma pessoa interveniente, com uma perspectiva pessoal sobre a realidade e com uma relação particular com essa realidade. Por isso a sua interpretação, actuação ou comportamento não são só mera reacção a estímulos exteriores, mas também baseados em aspectos pessoais mais complexos. Ou seja, baseiam-se em estímulos de natureza conceptual que de algum modo são específicos e eventualmente modificáveis.

Se quisermos conhecer como pensam os professores e que tipo de decisões tomam, então os sistemas de concepções dos professores são áreas de investigação extremamente importantes (Cooney, 1985). De acordo com Thompson (1989), o desenvolvimento de cursos e experiências para ajudar os professores a tornarem-se competentes no ensino de resolução de problemas não é tarefa trivial e merece muito mais atenção da parte dos investigadores em educação matemática do que aquela que até agora tem recebido.

É, pois, importante investigar o tipo de concepções que os professores possuem em relação à Matemática, à resolução de problemas e ao seu ensino. Por outro lado, importa estudar as relações existentes entre as concepções do professor sobre resolução de problemas e as respectivas práticas. Ou seja, torna-se importante conhecer as concepções de futuros e actuais professores em relação à resolução de problemas, investigar em que medida tais concepções se modificam ao longo do tempo de formação e de prática profissional e de que forma é que tais concepções influenciam o ensino da resolução de problemas.

Pelo que se referiu, a formação inicial pode contribuir positivamente para o desenvolvimento de concepções favoráveis ao ensino da resolução de problemas. Daí a importância de se desenvolver investigação no contexto da formação inicial de professores.

O Problema

Na área da educação matemática tem sido desenvolvida relativamente pouca investigação acerca das concepções dos alunos e sobretudo de professores a nível de formação inicial (Silver, 1985).

A investigação na área da resolução de problemas, grande parte da qual realizada no ensino básico e secundário, tem sido centrada no estudo do tipo de estratégias ou processos que os alunos usam enquanto resolvem problemas (Kantowski, 1977; Lee, 1982; Putt, 1978), nos modelos mais apropriados para ensinar os alunos a resolver problemas (Charles & Lester, 1986; Fernandes, 1988; Putt, 1978), na importância do uso de heurísticas no ensino da resolução de problemas (Charles & Lester, 1986; Fernandes, 1988; Kantowsky, 1974) e na influência do trabalho de grupo em resolução de problemas (Schoenfeld, 1987; Noddings, 1985). De modo geral, estes estudos tinham como objectivo estabelecer um corpo de conhecimentos acerca da natureza de resolução de problemas que possa ser utilizado para ajudar os alunos a desenvolver plenamente as suas capacidades (Lester, 1980a).

O ensino da resolução de problemas deve pressupor a formação dos professores pois deles depende, em boa medida, o rendimento dos alunos. Com base neste pressuposto, têm aparecido alguns programas e modelos de formação de professores com ênfase no ensino de resolução de problemas (Charles, 1982; Charles & Lester, 1986). No entanto não tem sido desenvolvida investigação sobre os efeitos destes modelos e programas de ensino nas concepções dos futuros professores.

A importância de investigar as concepções de professores do ensino básico, em formação inicial, reside no facto de saber até que ponto tais concepções se reflectem na aprendizagem dos alunos. Conhecendo as concepções e atitudes destes professores, melhor podemos compreender o desenvolvimento das atitudes dos alunos (Kulm, 1980). Por outro lado, Thompson (1985) observou que as concepções sobre a matemática manifestadas pelos professores têm influência nas práticas de ensino. É pois cada vez mais importante relacionar as concepções dos professores com a sua prática pedagógica (Jones, 1988).

O presente estudo tinha a intenção de averiguar que relações existem entre as concepções e práticas dos participantes enquanto alunos de um curso de formação inicial e enquanto professores. Segundo Bush (1986) a formação inicial parece influenciar de forma importante as concepções e práticas dos professores.

Assim, o principal objectivo deste estudo era o de investigar o percurso de dois alunos de uma Escola Superior de Educação, futuros professores de Matemática do 2º ciclo do ensino básico, a partir do último ano da sua formação inicial e durante o primeiro ano de exercício da docência, relativamente às suas concepções e práticas face à resolução de problemas de matemática e ao seu ensino.

Em particular, o estudo foi orientado pelas seguintes questões gerais:

(1) Que concepções revelam os futuros professores relativamente à resolução de problemas de matemática?

(2) Que concepções e práticas, em relação à resolução de problemas de matemática e ao seu ensino, revelam os participantes no início da sua carreira docente?

(3) Que relações existem entre as concepções e dos participantes enquanto alunos e enquanto professores no início da sua carreira docente?

(4) Como é que se poderão explicar as relações entre as concepções e as práticas dos participantes?

Definição de Termos

As seguintes definições, baseadas na revisão da literatura, devem ser consideradas na análise e discussão dos resultados deste estudo.

Problema - é uma situação em que um indivíduo ou um grupo é solicitado a desempenhar uma tarefa para a qual não dispõe de algoritmo que determine completamente o método de resolução (...). A situação não pode ser considerada um problema se a realização da tarefa não for desejada pelo indivíduo ou grupo (Lester, 1980, p.287).

Problema de matemática - é um problema para o qual a solução envolve o uso de destrezas (skills), conceitos ou processos matemáticos (Lester, 1980b, p.30).

Resolução de problemas - é um conjunto de acções tomadas para desempenhar uma tarefa, isto é, resolver um problema (Lester, 1980, p.287).

Heurísticas - são grandes sugestões ou estratégias correspondentes a "operações mentais", em princípio aplicáveis a muitos problemas, cuja consideração poderá ajudar na sua resolução (...). Estas podem ser gerais ou específicas (Ponte, 1991a, p.289).

Estratégias de resolução de problemas - são um conjunto de técnicas a serem dominadas pelo resolvidor e que o ajudam a compreender melhor o problema, a "atacar" o problema ou a progredir no sentido de obter a sua solução.

Convicções (beliefs) - referem-se às ideias que os indivíduos têm acerca de si próprios, da matemática, dos problemas, dos professores, da escola e do mundo em geral (Fernandes, 1991).

Concepções - são estruturas mentais que englobam quer as convicções quer qualquer tipo de conhecimento que se apoia na experiência, tal como significados, conceitos, proposições, regras, imagens mentais, preferências, etc. (Thompson, 1990).

Atitude - é uma organização de várias concepções focadas num objecto ou situação que predispõe a pessoa a responder de uma maneira preferencial (Rokeach, citado por Kulm, 1980).

Professor - neste estudo os participantes são, na 1ª fase, alunos de uma escola de formação inicial no último ano do seu curso, isto é, professores em formação inicial e, na 2ª fase, professores recém-formados no seu 1º ano de docência. Assim, neste estudo, a expressão *professor* refere-se indistintamente aos participantes na 1ª ou 2ª fases, conforme o contexto.

Resolvidor (solver) - é aquele indivíduo que perante um problema ou situação problemática a pretende resolver.

Contextos da Investigação

Este estudo realizou-se em dois contextos diferentes. Numa primeira fase, fez-se o acompanhamento dos participantes enquanto alunos de uma escola de formação inicial de professores e, numa segunda fase, fez-se o acompanhamento dos participantes já como professores recém-formados, numa Escola C+S.

A escola de formação inicial dos participantes era uma Escola Superior de Educação. Nesta escola frequentavam o curso de professores do ensino básico na variante de Matemática e Ciências da Natureza que tem a duração de quatro anos e confere diploma de professor do 1º ciclo e habilitação para leccionar as disciplinas de Matemática e/ou Ciências da Natureza no 2º ciclo do ensino básico. A Prática Pedagógica desenvolve-se ao longo dos quatro anos: nos três primeiros anos é integralmente dedicada ao 1º ciclo e no 4º ano é dirigida ao 2º ciclo, fazendo os alunos o seu estágio nas disciplinas de Matemática e Ciências da Natureza.

No currículo deste curso existem duas cadeiras. Processos do Ensino Aprendizagem da Matemática I (PEAM I), no 2º ano, e Processos do Ensino Aprendizagem da Matemática II (PEAM II), no 4º ano. Em cada uma é leccionado um módulo de Resolução de Problemas. A cadeira de PEAM I é vocacionada para o ensino da Matemática no 1º ciclo. Nela os participantes têm contacto com a resolução de problemas, através de um método implícito. Este é um método de ensino no qual são propostos vários tipos de problemas e onde o professor utiliza de forma

consistente e organizada estratégias específicas quando apresenta resoluções de problemas e quando ajuda os alunos a resolvê-los, mas não identifica essas estratégias abertamente nem promove qualquer reflexão acerca da escolha ou aplicação dessas estratégias.

Na cadeira de PEAM II, que é vocacionada para o 2º ciclo, a Resolução de Problemas é dada através dum método explícito. Neste método identificam-se as estratégias utilizadas na resolução dos diversos problemas propostos e promove-se uma reflexão acerca da escolha e utilização dessas estratégias, segundo um modelo de Fernandes (1988)

A primeira fase do estudo foi efectuada quando os participantes estavam a frequentar a cadeira de PEAM II. A segunda fase do estudo efectuou-se quando os participantes já eram professores de Matemática numa escola do ensino básico.

CAPÍTULO II

REVISÃO DE LITERATURA

Neste capítulo faz-se referência à literatura consultada relativamente ao ensino-aprendizagem da resolução de problemas, às concepções dos professores sobre a resolução de problemas de matemática e seu ensino, e às práticas dos professores.

Introdução

Nos últimos trinta anos tem sido dada uma relevância significativa ao desenvolvimento de capacidades de resolução de problemas através do ensino da Matemática nas escolas do ensino básico. No entanto, ensinar a resolver problemas é uma tarefa complexa. Uma das razões dessa complexidade é que a resolução de problemas é, em si mesmo, um processo bastante complexo que envolve mais do que um simples conjunto de competências de cálculo. A crescente tomada de consciência, por parte dos educadores, da importância da resolução de problemas e da dificuldade do ensino deste tópico, fez com que se aumentassem os esforços para identificar: (a) métodos que desenvolvam nos alunos as competências necessárias à resolução de problemas; (b) modelos a

administrar na formação de professores; e (c) factores que influenciam a aprendizagem.

Fernandes (1992), Ponte (1992) e Matos (1992) em trabalhos recentes, apresentam de forma detalhada perspectivas de investigação na área da resolução de problemas, com particular destaque para o ensino e para a formação de professores e suas concepções. A revisão de literatura apresentada neste estudo baseou-se principalmente na consulta de referências indicadas por aqueles investigadores e teve como objectivo primordial fundamentar e enquadrar conceptualmente a investigação a realizar.

O Ensino-Aprendizagem da Resolução de Problemas

Nesta secção revê-se literatura sobre aspectos relacionados com o ensino-aprendizagem da resolução de problemas e discutem-se termos que fazem parte desta temática.

Algumas Definições de Problema

Para encetar um ensino da resolução de problemas, devemos ter em consideração alguns pressupostos: (a) a resolução de problemas é para todos, isto é, todos os alunos devem ter acesso à resolução de problemas; (b) é possível ensinar componentes importantes do processo de resolução de problemas; (c) um bom ensino e uma prática bastante diversificada contribuem para que os alunos resolvam melhor diversos

tipos de problemas; e (d) desenvolver a capacidade de resolver problemas é um processo lento que decorre ao longo do tempo.

Pode questionar-se se a resolução de problemas se ensina, pois nesse caso estaríamos em presença de uma actividade rotineira, apesar desta envolver uma grande complexidade de processos cognitivos que ainda não estão muito bem compreendidos. De qualquer modo, poderemos dizer que a posse de um conjunto de regras e procedimentos durante o processo de resolução de problemas pode contribuir para que o resolvidor tenha mais sucesso.

Quando se fala no ensino de resolução de problemas, entende-se um ensino em que se dá ênfase, entre outros aspectos, ao ensino de regras e técnicas que contribuem para que os alunos resolvam cada vez mais e melhor problemas, confrontando-os com um modelo de ensino que lhes proporcione um leque bastante vasto de problemas, assim como estratégias para os resolver de uma forma consciente e sempre que possível de um modo agradável e aliciante.

Outro aspecto a ter em consideração num ensino de resolução de problemas é em primeiro lugar saber o que é um problema. A clarificação do que se entende por problema e por resolução de problemas é fundamental em qualquer programa de ensino. A definição de problema é uma discussão que se tem vindo a fazer ao longo dos anos. A dificuldade em definir este termo é que problema é um conceito relativo. As mesmas tarefas que exigem esforços significativos a alguns alunos podem muito bem ser exercícios rotineiros para outros, pois resolvê-los pode ser uma questão de recordar alguns factos matemáticos. Um problema não é uma propriedade inerente a uma

tarefa matemática, mas sim a relação particular entre o indivíduo e a tarefa faz com que essa tarefa possa ser um problema para o indivíduo. O que é um problema numa certa altura para uma pessoa pode ser um exercício ou apenas um facto específico, para essa mesma pessoa num estágio de desenvolvimento mais avançado. Podemos pois concluir que existe um conjunto de variáveis inerentes ao indivíduo a considerar no processo de resolução de problemas.

Em psicologia cognitiva, o Sistema de Processamento de Informação (SPI) introduz uma teoria sobre resolução de problemas, baseada em conceitos do processamento de informação e programação de computadores, onde se tenta averiguar quais as possibilidades de os programas de computador poderem servir como teorias exactas acerca do modo como o ser humano processa a informação para chegar a soluções. Do ponto de vista do SPI, um problema existe quando temos um objectivo, isto é, um ponto de partida, e ainda não identificámos um meio para atingir esse objectivo. Resolver um problema é atingir um objectivo para o qual não se tem uma solução automática e que vai envolver uma acção a que os psicólogos chamam de transferência. A transferência refere-se à aplicação, numa dada situação, de conhecimentos adquiridos noutra situação. Uma definição de problema, muito próxima desta apresentada pelos teóricos do SPI, é apresentada por Mayer (1985, p.123) afirmando que "um problema ocorre quando se é confrontado com uma situação inicial ("given state") e se pretende outra situação final ("goal state"), sem se conhecer um caminho óbvio para a atingir". A resolução de problemas será então o processo de

passar da situação inicial para a situação final consistindo numa série de operações mentais que estão direccionadas para uma finalidade.

As definições apresentadas por outros investigadores são muito semelhantes. Para Kantowski (1980, p.195), um problema "é uma situação com que o indivíduo se defronta e para a qual não tem um algoritmo que lhe garanta chegar à solução". Assim, a resolução de problemas envolve dois aspectos: (a) o processo ou conjunto de comportamentos ou actividades que direccionam a procura da solução; e (b) o produto ou a solução existente. Tanto o processo como o produto são componentes essenciais de uma experiência de resolução de problemas. Para Charles (1982, p. 18) um "problema de matemática é uma situação na qual o indivíduo ou um grupo é chamado a desempenhar uma tarefa para a qual esse indivíduo ou grupo não tem um procedimento disponível para determinar uma solução". A resolução de problemas será a coordenação prévia da experiência, conhecimento e intuição do resolvidor para chegar ao resultado de uma situação para a qual não é conhecido um procedimento. Resolver um problema será pois um processo que envolve: (1) compreender o problema; (2) seleccionar ou recolher dados necessários para o resolver; (3) escolher e implementar uma ou mais estratégias de resolução; (4) dar uma resposta ao problema; e (5) avaliar a qualidade da resposta obtida. Na maioria das actividades inerentes à resolução de problemas, são necessários diversos processos mentais cuja eficácia depende da capacidade dos alunos para utilizarem os seus conhecimentos de matemática, para controlarem atitudes e concepções e para se servirem das atitudes e ideias pré-concebidas mais úteis.

Para Lester (1980b, p.287), "problema é uma situação em que um indivíduo ou um grupo é solicitado a desempenhar uma tarefa para a qual não dispõe de um algoritmo que determine completamente o método de resolução. (...). A situação não pode ser considerada um problema se a realização da tarefa não for desejada pelo indivíduo ou grupo". O problema será de matemática se a solução envolve o uso de competências, conceitos ou processos matemáticos. O conjunto de acções tomadas para desempenhar essa tarefa, isto é, resolver um problema, é o que Lester chama resolução de problemas. Esta definição é consistente com as apresentadas, indicando que a natureza do problema deve ser não-rotineira. No entanto introduz um factor que as outras não introduzem que é a componente afectiva para a realização da tarefa. O indivíduo ou grupo que a realiza tem de ter vontade e estar de acordo em desempenhá-la. Esta componente afectiva também é referida por Polya (1981), quando diz que o ingrediente essencial para um problema é o desejo, a vontade e a determinação para o resolver, enquanto para Kilpatrick (1985) um problema, dentro de uma perspectiva psicológica, é uma actividade de um sujeito motivado. A componente afectiva também é contemplada na definição apresentada por Schoen e Oehmke (1980, p.216) ao afirmarem que "uma tarefa é um problema para uma pessoa quando: (1) a tarefa necessita de uma solução segundo certas condições específicas; (2) a pessoa compreende a tarefa mas não vê uma estratégia imediata para a resolução; e (3) a pessoa está motivada para procurar a solução." Estes últimos investigadores introduzem um conceito de problema interessante quando dizem que o problema reside algures entre os exercícios de cálculo, para os quais existe uma estratégia que

nos leva à solução e que é conhecida de imediato e os puzzles, para os quais não há condições bem definidas da solução que possam ser compreendidas pelo resolvidor.

Polya (1981) refere uma característica que o problema tem que ter, e que mais nenhum investigador faz referência, que é a dificuldade; onde não há dificuldade, não há problema. Os problemas poderão ser classificados pelo seu grau de dificuldade. Se essa dificuldade é muita, tem-se um "grande" problema, se a dificuldade é pouca, tem-se um "pequeno" problema.

Destas definições podemos concluir que dentro das variáveis envolvidas no processo de resolução de problemas, podemos identificar as que dizem respeito ao próprio indivíduo e as que são inerentes à tarefa. A grande diversidade de variáveis envolvidas no processo de resolução de um problema é um factor que determina a sua grande complexidade e, conseqüentemente, pode explicar porque se progride tão lentamente na investigação neste campo. Lester (1980a) refere que a resolução de problemas é uma actividade bastante complexa e identifica pelo menos quatro categorias de variáveis (ou factores) na natureza da resolução de problemas de matemática que influenciam o sucesso: os próprios problemas, as características dos indivíduos, o comportamento na resolução de problemas e as variáveis instrucionais.

Metacognição

Nos últimos anos tem sido referida a metacognição como um aspecto importante a considerar no ensino da matemática e da resolução

de problemas. De acordo com Flavell (1976), a metacognição diz respeito ao conhecimento que cada um tem dos próprios processos e produtos cognitivos, ou de aspectos com eles relacionados. Refere-se não só às tomadas de consciência do processo cognitivo, mas também ao próprio controlo, regulação e avaliação das actividades cognitivas. Lester & Garofalo (1985) afirmam que apesar de haver concordância na descrição de metacognição, nem sempre é fácil distinguir o que é metacognitivo do que é cognitivo. A cognição está ligada com "o fazer", enquanto que a metacognição está relacionada com escolher e planear "o que fazer" e controlar "o que é feito". Para Garofalo (1987) a metacognição diz respeito ao conhecimento e controlo que cada um de nós tem acerca das nossas funções cognitivas, isto é, o que nós sabemos acerca das nossas capacidades e como devemos gerir as nossas acções durante qualquer actividade cognitiva.

Neste campo da metacognição destaca-se o trabalho desenvolvido por Schoenfeld (1985a) que apresenta um esquema em 4 fases, para análise do comportamento das pessoas envolvidas em situações matemáticas, incluindo uma explicação sobre as razões do êxito ou fracasso das suas tentativas de resolução de problemas: (1) recursos, conhecimento matemático, factos e algoritmos; (2) heurísticas, estratégias de resolução de problemas e outras regras práticas de uso; (3) controlo, modos individuais de tratar a informação a que têm acesso; (4) sistemas de convicções, perspectivas individuais acerca deles próprios, acerca da matemática, acerca da resolução de problemas e do mundo em geral. Schoenfeld (1985a) sugere ainda que as convicções pessoais afectam a validação e a selecção dos recursos individuais. Além

disso, refere que os comportamentos puramente cognitivos são extremamente raros e muitas acções cognitivas são resultado de convicções conscientes ou inconscientes. Por isto tudo as convicções são de grande importância no desempenho dos professores, pois estes sistemas vão afectar as suas decisões e as suas acções. A definição de Schoenfeld, acentua a importância dos pré-conceitos, convicções ou intuições acerca do conhecimento e a influência que podem ter na aprendizagem da resolução de problemas. Fernandes (1989b) também refere que a metacognição diz respeito ao que cada um sabe acerca dos seus próprios conhecimentos e à forma como gere tais conhecimentos durante qualquer actividade cognitiva.

Segundo Lester (1985), a investigação em metacognição tem claras implicações para a educação matemática. Para aquele investigador, o ensino da metacognição implica que os alunos discutam e pensem sobre o processo que utilizaram para resolver problemas tendo em vista fazê-los tomar consciência que muitos problemas podem ter vários métodos de resolução. Esta perspectiva é importante sobretudo para alunos do ensino básico porque é nos primeiros anos da escolaridade que os alunos devem desenvolver a compreensão da natureza da resolução de problemas e a percepção de que a matemática é mais do que um conjunto de factos, algoritmos e fórmulas (Lester, 1983).

Tem-se constatado que para ter êxito na resolução de problemas, não basta ter muitos conhecimentos matemáticos ou conhecer estratégias de resolução, pois muitos alunos, apesar de os possuírem, não têm sucesso quando resolvem problemas. A questão está em que têm dificuldade em relacionar todos esses conhecimentos e em gerir a sua

aplicação na resolução de problemas. A metacognição, segundo vários autores (Charles & Lester, 1984; Fernandes, 1988; Flavell, 1976; Schoenfeld, 1979) pode dar resposta a esta questão. Na verdade, os educadores matemáticos acentuam a importância de orientar o ensino da matemática de forma a que os alunos compreendam os conceitos e os processos que lhes são transmitidos, e não se limitem a memorizar e mecanizar factos e procedimentos.

Resultados de estudos levados a cabo por Schoenfeld (1985, 1989) indicam-nos que os alunos utilizam as estruturas mentais que possuem para interpretar o que lhes ensinamos. Ou seja, o que lhes ensinamos e o que de facto apreendem não é necessariamente a mesma coisa, pois depende das suas estruturas mentais, pré-conceitos e convicções. Este é, segundo aquele investigador, um dos aspectos que dá maior dimensão e importância à metacognição, conferindo-lhe um lugar de relevo na resolução de problemas. Investigações recentes recomendam que o ensino explícito de aspectos metacognitivos poderá ter resultados positivos na resolução de problemas por parte dos alunos (Schoenfeld, 1979; Silver, 1985), apesar de alguns investigadores terem tido resultados positivos quer no ensino explícito quer implícito de aspectos metacognitivos (Fernandes, 1988, 1991b; Putt, 1979; Schoenfeld, 1989)

Apesar do estudo dos comportamentos dos indivíduos na resolução de problemas constituir, desde há décadas, um ponto de interesse tanto para os especialistas de psicologia cognitiva como para os educadores em geral, ainda não existe, como já se referiu, um corpo de conhecimentos bem definido que permita descrever e explicar os mecanismos que regem a resolução de problemas por parte de cada indivíduo.

Resolução de Problemas: Perspectivas e Tipologia de Problemas

A resolução de problemas é a primeira norma das recomendações para o currículo de matemática do NCTM (1989) para os anos 90. A quantidade de trabalhos desenvolvidos nesta área, sobretudo nos Estados Unidos, só por si evidencia a importância que se está a dar, na educação matemática, à resolução de problemas.

Segundo Romberg e Carpenter (1986), não há dúvidas a respeito da importância da matemática na nossa sociedade. O problema está em saber se os alunos que estão a ser sujeitos a um programa de ensino em matemática, estarão a ter uma preparação adequada para o século XXI.

Segundo Polya (1980), o primeiro dever de um professor de matemática é desenvolver nos seus alunos a capacidade de resolver problemas. E ensinar a resolver problemas não rotineiros talvez seja o maior desafio que um professor de matemática tem de enfrentar na sua aula. Seguindo este desafio de Polya, é da responsabilidade dos educadores matemáticos desenvolver um currículo de forma a garantir que todos os alunos tenham acesso à resolução de problemas. Isto é, desenvolver nos alunos processos complexos de pensamento de modo que eles se possam integrar na sociedade altamente competitiva dos nossos dias, em que terão de pôr em acção todos os seus conhecimentos para melhor compreender e dar resposta às solicitações do mundo altamente tecnológico e competitivo que os rodeia. Estas actividades complexas de pensamento estão presentes quando alguém é chamado a analisar, interpretar, criticar ou escolher, quer seja num contexto educativo quer seja na vida do dia-a-dia. "Resolver problemas de uma

forma organizada, isto é, segundo um modelo, contribui para desenvolver nos alunos pensamento matemático" (Mason, Burton & Stacey, 1990).

Krulick e Rudnick (1982) referem que a finalidade do ensino da resolução de problemas reside no processo de resolução e não necessariamente na solução em si mesma. Um programa de ensino da matemática que dê ênfase à resolução de problemas, segundo Fernandes (1991), deverá basear-se no pressuposto de que é possível: (1) contribuir para que os alunos resolvam mais problemas correctamente; (2) melhorar os conhecimentos dos alunos acerca das estratégias e técnicas de resolução e acerca de diferentes tipos de problemas; e (3) contribuir para que os alunos melhorem as suas capacidades para planear, implementar e avaliar actividades de resolução de problemas. Apesar de haver unanimidade no reconhecimento da importância que a resolução de problemas desempenha num currículo escolar de matemática, existem perspectivas diferentes no modo de encarar essa actividade que irão condicionar o ensino da resolução de problemas nas escolas.

Hatfield (1978), sendo um dos defensores do ensino de resolução de problemas através de métodos heurísticos, faz uma interessante caracterização do ensino da resolução de problemas num currículo de matemática. As três perspectivas de ensino que ele identifica são: o ensino *para*, *acerca* e *através* da resolução de problemas. O ensino *para* a resolução de problemas, analisa o processo de resolução de problemas dando ênfase aos conceitos e técnicas matemáticas que os alunos devem saber e que lhes são úteis em resolução de problemas e que na maior

parte das vezes, aparece nos livros de texto com certa relevância. O ensino *acerca* da resolução de problemas está relacionado com o modelo utilizado pelo professor, em que este modela um comportamento eficaz na resolução de um problema, chamando a atenção ao aluno para certos procedimentos e estratégias. O ensino *através* da resolução de problemas, em que os conteúdos matemáticos são apresentados utilizando problemas e/ou situações problemáticas. Esta última perspectiva é aquela que Polya dá mais ênfase, assim como Kantowski (1977) e Putt (1978).

Lester (1980), da análise de várias investigações sobre o ensino da resolução de problemas, propõe, entre outros aspectos, que o ensino da resolução de problemas deve ser focado: (a) no *desenvolvimento de destrezas específicas* (e.g. fazer tabelas, estimar, resolver equações); e (b) no *desenvolvimento de processos de pensamento de alto nível* (e.g. as destrezas e estratégias são úteis para resolver problemas em qualquer área).

Segundo Branca (1980), há três formas de encarar a resolução de problemas: como *finalidade*, como *processo* e como *destreza básica*. Cada uma destas interpretações é importante mas são diferentes. Na resolução de problemas como uma *destreza básica*, o foco está no que de essencial o aluno tem de saber, nomeadamente tipos de problemas. Nesta perspectiva pode ajudar-nos a organizar o ensino de competências, conceitos e técnicas de resolução. Na resolução de problemas como um *processo*, é dada ênfase aos métodos, procedimentos e estratégias utilizados averiguando como é que se relacionam e que papel têm na resolução de vários problemas. Na resolução de problemas como uma

finalidade, considera-se que o fim último do ensino da disciplina de Matemática é resolver problemas correctamente, independentemente de problemas específicos, de procedimentos ou métodos e de conteúdos matemáticos.

Por outro lado, Stanic & Kilpatrick (1989), consideram que a resolução de problemas pode ser encarada como *contexto*, como *destreza* ou como *arte*. A resolução de problemas como *contexto* é subdividida em cinco subtemas: (1) justificação para o ensino da matemática; (2) motivação; (3) divertimento; (4) veículo para outros conceitos ou destrezas; e (5) prática para reforçar destrezas e conceitos ensinados previamente. Esta perspectiva baseia-se na ideia de que os problemas e a resolução de problemas são meios para atingir outros fins. A resolução de problemas como *destreza* encarada como um meio para atingir outros fins ou seja, uma consequência inevitável do estudo da matemática. Neste ponto de vista a resolução de problemas é um conteúdo a ser ensinado, dando ênfase à resolução de problemas rotineiros e não rotineiros. A resolução de problemas como *arte* é uma perspectiva que vem na linha de Polya, onde a descoberta matemática tem primazia.

Charles (1991), baseado nos trabalhos de Prawat (1991) que têm as suas raízes no construtivismo, perspectiva a resolução de problemas no currículo segundo duas abordagens: "*stand-alone*" e *por imersão*. A abordagem "*stand-alone*" consiste em implementar experiências que levem a desenvolver nos alunos o uso de estratégias e destrezas para resolver problemas, através de um ensino explícito. A abordagem *por imersão* admite que os alunos constroem mentalmente a sua compreensão sobre as operações, conceitos e destrezas matemáticas, a

partir das experiências prévias que tiveram. Segundo esta abordagem, a aula desenvolve-se a partir de situações matemáticas que exigem um alto nível de pensamento. Estas situações podem ser um problema para resolver, podem necessitar de utilizar materiais manipulativos, ou simplesmente ser uma pergunta interessante. Uma vez que estas abordagens têm duas posições extremas, Charles recomenda que se deve utilizar uma abordagem em que se dê atenção explícita aos processos de pensamento utilizados no cumprimento da tarefa e aos conteúdos matemáticos envolvidos, de uma forma equilibrada.

A Tabela 4, sintetiza as características comuns às perspectivas anteriormente discutidas

Tabela 4

Perspectivas sobre o Ensino da Resolução de Problemas

Hatfield (1978)	Branca (1980)	Lester (1980)	Stanic & Kilpatrick (1989)	Charles (1991)
Ensino <i>para a</i> resolução de problemas	Resolução de problemas como <i>destreza</i> <i>básica</i>	Ensino focando um desenvolvi- mento de <i>destrezas</i> <i>específicas</i>	Resolução de problemas como <i>destreza</i>	Abordagem <i>"stand- alone"</i>
Ensino <i>através da</i> resolução de problemas	Resolução de problemas como <i>processo</i>	Ensino focando um desenvolvi- mento de <i>processos de</i> <i>pensamento de</i> <i>alto nível</i>	Resolução de problemas como <i>arte</i>	Abordagem por <i>imersão</i>

Acabou-se de ver que é importante averiguar quais as perspectivas de um ensino de resolução de problemas e saber o que vários investigadores dizem sobre o assunto. Depois de analisar o que foi dito, pode-se ser levado a reflectir e a concluir que a resolução de problemas como *arte*, será talvez a perspectiva sobre resolução de problemas, mais rica, mas também a mais difícil de operacionalizar quer nos manuais quer nas aulas.

Depois de se ter definido qual a finalidade de um ensino da resolução de problemas, é também importante saber que problemas se vão utilizar nesse ensino.

Polya (1973), sugere que resolver uma grande variedade de problemas é um dos mais importantes factores para desenvolver as capacidades em resolução de problemas. Com base nesta perspectiva, Kantowsky (1980), afirma que uma consequência dos alunos resolverem muitos problemas diferentes de geometria é adquirirem "visão" para certas relações geométricas.

Existe uma grande variedade de problemas que podem ser utilizados num programa de resolução de problemas: mas a escolha destes depende da posição que se tem em relação à natureza dum problema de matemática e à resolução de problemas. Vejamos qual a tipologia de problemas propostos por alguns investigadores em modelos de resolução de problemas para o ensino.

O modelo de ensino proposto por Charles e Lester (1986) e adaptado por Fernandes (1988), que foi utilizado no programa de ensino dos participantes deste estudo, apresenta cinco tipos de problemas: (a) *Problemas de um Passo* e *Problemas de dois ou mais Passos*, que são os

que podem ser resolvidos através da aplicação directa de uma e de mais do que uma das quatro operações básicas da aritmética, respectivamente; (b) *Problemas de Processo*, que só podem ser resolvidos através da utilização de uma ou mais estratégias de resolução. São os que utilizam processos não mecanizados ou estandardizados; (c) *Problemas de Aplicação*, em que normalmente é necessário recolher dados e tomar decisões acerca da vida real. Muitas vezes utilizam uma ou mais operações e uma ou mais estratégias de resolução; e (d) *Problemas Tipo Puzzle*, que são problemas que necessitam como de um "flash" para chegar a solução.

LeBlanc, Proudfit e Putt (1980), resumem em dois tipos os problemas que podem aparecer num currículo de matemática no ensino básico: (a) *Problemas Estandardizados dos livros de texto*, são os mais comuns nos livros de texto e que podem ser resolvidos pela aplicação directa de um ou mais algoritmos já aprendidos. O objectivo principal é identificar que operações ou algoritmos são apropriados para resolver o problema em questão, estes são também chamados Problemas de Tradução (Charles, 1982); e (b) *Problemas de Processo*, mas que requerem o uso de uma grande variedade de estratégias ou de um procedimento não algorítmico. Podem não estar ligados aos conteúdos programáticos. Este tipo de problemas já começam a aparecer nos livros de texto.

Kansky (1987), considera num programa de ensino três tipos de problemas: (a) *Problemas de Tradução* que aplicam algoritmos já aprendidos e podem requerer o uso de materiais manipulativos (e.g., geoplanos, material Dienes); (b) *Problemas de Aplicação* que são aqueles

que necessitam de recolher e analisar dados no meio onde o aluno vive; e (c) *Problemas Não-Rotineiros*, aqueles que levam ao estudo de casos especiais, extensões e problemas relacionados.

Os problemas da vida real também são considerados no ensino da matemática. Muitas vezes é através destes problemas que se descobre que nem sempre saber matemática significa que se saiba aplicar esses conhecimentos a situações da vida real. Quer isto dizer que, muitos alunos, apesar de terem grandes conhecimentos matemáticos e saibam resolver problemas no contexto matemático, quando confrontados com problemas da vida real não os conseguem resolver. Ponte (1991) faz referência a diversos problemas da vida real, aos quais se deve dar importância e que ele agrupa em três grandes tipos: (a) *Problemas de Tipo 1*, definidos como situações do mundo real que contém normalmente informação suficiente para permitir uma resolução matemática e para a qual os alunos têm os conhecimentos necessários; (b) *Problemas de Tipo 2*, definidos como situações do mundo real que podem ser exploradas de várias maneiras e para as quais se podem usar diversas técnicas matemáticas (e.g. gráficos, tabelas, equações, etc). Estes problemas necessitam de mais tempo para ser resolvidos do que os anteriores; e (c) *Problemas de Tipo 3*, definidos como investigações abertas cuja exploração pode levar um tempo considerável e ter vários caminhos a seguir. Podem abordar questões que o professor não investigou muito profundamente. Para este tipo de problemas da vida real, segundo o mesmo autor, é bastante mais difícil encontrar um conjunto de conhecimentos que se possam ensinar do que para os problemas puramente matemáticos.

Lesh, (citado em Lester, 1980) já em 1979, chama a atenção para a importância dos problemas da vida real. Segundo este autor, os processos e destrezas necessárias para resolver problemas da vida real não são necessariamente os mesmos que, de modo geral, são utilizados na resolução de problemas em contextos puramente matemáticos. Consequentemente, é necessário dar mais atenção aos problemas reais envolvendo conteúdos de "matemática real" e "situações da vida real".

Podemos tentar encontrar um certo paralelismo entre estas tipologias de problemas, que nalguns casos não é muito linear, conforme mostra a Tabela 5.

Tabela 5

Tipologia de Problemas

LeBlanc e al. (1980)	Charles & Lester (1986)	Kansky (1987)	Ponte (1991)
Problemas Estandarizados	Problemas de Um etou Mais Passos	Problemas de Tradução	Problemas Tipo 1
Problemas de Processo	Problemas de Processo	Problemas Não-rotineiros	Problemas Tipo 2
	Problemas de Aplicação	Problemas de Aplicação	Problemas Tipo 3

Em síntese pode dizer-se que um modelo de ensino de resolução de problemas deverá contemplar a resolução de problemas de uma forma

mista, ensinando sobre e através de resolução de problemas, de modo a desenvolver nos alunos certo tipo de destrezas básicas e capacidades de resolução, utilizando o maior número de problemas diversificados.

Factores que Influenciam a Aprendizagem da Resolução de Problemas

Um vasto leque de factores influencia o sucesso em resolução de problemas. A pessoa que se confronta com um problema precisa de integrar todos os conhecimentos que sejam relevantes que possam ajudá-la a resolver o problema em causa. Isto é, a aquisição e utilização dos conhecimentos por parte de quem resolve um problema, tem a ver com muitos factores. Não só conhecimento de conceitos e termos matemáticos, que podem ser mínimos, mas também conhecimento de diversos tipos de problemas, estratégias de resolução e outros factores de ordem cognitiva, psicológica e afectiva. Seguidamente avaliam-se e discutem-se alguns desses factores.

Recursos

Segundo Schoenfeld (1985a) o resolvidor possui à partida um conjunto de ferramentas que lhe permitem resolver um problema que designa por recursos. Estas ferramentas não são mais do que o inventário de todos os factos, procedimentos e destrezas que o indivíduo possui e em que é capaz de se apoiar para resolver um problema. São as fundações sobre as quais as actividades de resolução de problemas estão construídas. Em relação aos conhecimentos matemáticos necessários para se ter sucesso em resolução de problemas nem todos estão de acordo. Enquanto Schoenfeld fala em "poucos" conhecimentos matemáticos,

Enquanto Schoenfeld fala em "poucos" conhecimentos matemáticos, Kantowsky (1980) diz que, para se ter sucesso em resolução de problemas, é necessário conhecimento matemático relevante e conhecimento sobre o que fazer com o que é conhecido. Nesta linha de pensamento está Ponte (1991a) quando refere que, se se pretende que os alunos consigam resolver problemas significativos, uma base sólida de conhecimentos será fundamental e terá que ser adquirida pela articulação de diversas actividades de aprendizagem, algumas das quais claramente orientadas para o desenvolvimento de conceitos ou de saberes específicos. Esta questão levanta um problema com que os investigadores também se debatem, que é saber o que diferencia um bom de um fraco resolvidor de problemas. Certezas não se têm, apesar de muitos investigadores se terem debruçado sobre o assunto e adiantarem algumas propostas. Um resolvidor será um perito se souber utilizar adequadamente os recursos, heurísticas e processos de controlo (Schoenfeld, 1985a). Segundo Schoenfeld (1987) o modo como fazemos uso daquilo que sabemos estabelece muitas vezes, a diferença entre aqueles que resolvem e aqueles que não resolvem um dado problema, o que faz com que os processos de controlo desempenhem um papel importante em resolução de problemas. Chisko e Davis (1986), reforçam, por outras palavras, esta ideia, dizendo que um bom resolvidor de problemas se distingue de um mau resolvidor, não pela quantidade de conhecimentos que tem, mas pelo modo como aplica o que sabe em contextos não familiares" (p.593). Já Krutetski (citado em Lester, 1980), refere que a diferença entre um bom e um fraco resolvidor de

problemas reside sobretudo na sua capacidade para detectar os elementos importantes do problema.

Heurísticas

Ensinar a resolver problemas através de um ensino de heurísticas foi uma das propostas feitas por Polya (1973) que sugere algumas regras práticas a utilizar pelo aluno quando está a resolver um problema. Na revisão de literatura detectaram-se significados diferentes para os vários tipos de processos envolvidos na resolução de problemas. Alguns dos termos utilizados são por exemplo: heurísticas, estratégias e técnicas. Polya (1973) no seu livro "How to Solve it" propõe um modelo de ensino de resolução de problemas, decompondo a resolução de um problema em quatro fases, cada uma das quais com o seu conjunto associado de heurísticas. Esta intenção de Polya tinha a ver com o significado que até então se dava à heurística: "nome de um certo ramo de estudo, não completamente circunscrito, pertencendo à lógica, à filosofia ou à psicologia, muitas vezes descrito, raras vezes apresentado em detalhe, e quase que esquecido nos nossos dias. O fim da heurística é estudar os métodos e regras da descoberta e invenção; heurística, como adjectivo, significa, "servir para descobrir" (Polya, 1973, p.112-113). Foi a partir da defesa destas ideias que as heurísticas ou "as operações mentais úteis para resolver um problema" (Polya, 1973, p.2) têm despertado maior interesse por parte da investigação em educação matemática e dado bases à maior parte dos esforços desenvolvidos em resolução de problemas. Enquanto para Polya (1973) o termo heurística se refere às operações mentais, outros investigadores classificam como heurísticas, por exemplo, fazer um diagrama ou descobrir um padrão. De

heurísticas, por exemplo, fazer um diagrama ou descobrir um padrão. De uma maneira mais simples Polya (1985a) refere heurísticas, como sendo estratégias gerais de resolução de problemas ou regras gerais práticas para resolver problemas com sucesso. Para Schoenfeld, heurísticas "são sugestões gerais ou estratégias, independentes de qualquer tópico ou tema, que ajudam o resolvido de problemas a abordar e a compreender um problema e a organizar com eficiência os seus recursos para o resolver" (Schoenfeld,1980, p.9). Para Ponte, heurísticas, "são grandes sugestões ou estratégias correspondentes a "operações mentais", em princípio aplicáveis a muitos problemas, cuja consideração poderá ajudar na sua resolução, estas podem ser gerais ou específicas" Ponte (1991a, p.289). O termo estratégias heurísticas utilizado por Schoenfeld, (1985a, p.23) refere-se "às regras básicas que ajudam a resolver problemas" que para ele são sugestões gerais que ajudam a compreender melhor um problema ou a progredir no sentido de obter a sua solução. Tais estratégias incluem: explorar analogias, introduzir elementos auxiliares num problema ou resolver problemas auxiliares, utilizar o princípio da não-contradição, decompôr e recombinar, explorar problemas análogos, desenhar figuras, generalizar, especializar, utilizar demonstrações por redução ao absurdo e a demonstração indirecta, modificar o problema e trabalhar de trás para a frente. Estratégias de resolução de problemas, segundo Fernandes (1988) são estratégias heurísticas tal como se definiram atrás. Tais estratégias incluem: formular e/ou testar uma conjectura, fazer uma lista organizada ou uma tabela, fazer e/ou utilizar um desenho ou outro modelo, e identificar e testar um padrão.

- Podemos concluir que os conceitos de heurísticas e estratégias são entendidos pelos investigadores de maneira diferente, não havendo uma distinção clara onde acabam as heurísticas e começam as estratégias.

Podemos dizer que nesta investigação, as estratégias de resolução de problemas são um conjunto de técnicas a serem dominadas pelo resolvidor e que o ajudam a compreender melhor um problema, a "atacar" o problema ou a progredir no sentido de obter a sua solução.

Investigações recentes têm mostrado que o ensino de heurísticas, idênticas àquelas que Polya sugere, está relacionado com o sucesso dos alunos na resolução de problemas (Schoenfeld, 1980; Kantowsky, 1977). Sob circunstâncias apropriadas muitos estudantes podem aprender a usar as heurísticas cujos resultados podem evidenciar uma melhoria na resolução de problemas. Como refere Kantowsky (1974) é preciso saber se o uso de heurísticas é na verdade um factor importante para o sucesso em resolução de problemas e qual o melhor tipo de ensino para dotar os alunos com tais heurísticas. A investigação levada a cabo sobre o ensino de heurísticas, sobretudo no ensino básico, tem mostrado resultados positivos (Lee, 1982; Putt, 1979; Lester, 1983; Charles e Lester, 1986), enquanto que nos outros níveis de ensino os alunos parecem ter um desempenho melhor.

Para Kantowsky (1975) o ensino heurístico refere-se fundamentalmente a uma classe de métodos que se baseiam nos processos de inquérito e de descoberta e que requerem que o estudante participe activamente na aprendizagem, ao contrário dos métodos puramente expositivos. O ensino de heurísticas através de um modelo explícito tem-se tornado eficaz (Fernandes, 1988; Putt, 1978),

entendendo-se por Modelo Explícito de Ensino de Problemas, um método de ensino no qual o professor identifica, discute, aplica e reflecte acerca da utilização organizada de estratégias quando apresenta resoluções de problemas e quando ajuda os alunos a resolvê-los.

Controlo

O resolvidor, além dos recursos, que podem não ser necessariamente profundos conhecimentos matemáticos, precisa de processos de controlo. Segundo Schoenfeld (1985a) o controlo tem a ver com a eficiência com que cada indivíduo utiliza o conhecimento ao seu dispôr. São decisões acerca dos caminhos que cada um pode tomar e que determinam também os caminhos a evitar. Estas decisões determinam a eficiência com que os factos, técnicas e estratégias são explorados durante a resolução de um problema. Como já foi referido, o controlo para Schoenfeld é o que muitas vezes vai permitir distinguir um bom de um mau resolvidor de problemas. Fernandes (1991a) faz referência à importância do controlo, em actividades de resolução de problemas que "é a capacidade de disponibilizar recursos cognitivos que permitem aos indivíduos "lidar" eficazmente com uma situação problemática. Envolve o conhecimento que cada um tem acerca dos seus próprios conhecimentos e recursos e acerca das estratégias que permitem "atacar" o problema a resolver" (p. 278).

Durante os últimos anos, investigadores de várias áreas têm revelado cada vez maior interesse em examinar o papel que o controlo do conhecimento e outros aspectos da metacognição, desempenham na

realização de tarefas cognitivas. Lester (1983) e Schoenfeld (1983) pensam que a razão pela qual têm falhado as tentativas de melhorar o desempenho dos alunos na resolução de problemas deve-se talvez ao facto de se ter dado grande ênfase ao desenvolvimento de técnicas heurísticas e de se terem ignorado os aspectos metacognitivos que essa actividade envolve. Os resultados de investigações poderão vir a constituir uma base para que os aspectos metacognitivos sejam consciente e explicitamente incluídos na prática pedagógica dos professores que se interessam pelo ensino da resolução de problemas. Assim, avaliar um plano que se elaborou para resolver um problema, seleccionar uma estratégia de resolução entre várias possíveis, abandonar uma estratégia por se reconhecer ineficaz ou por se pensar que há outra que pode ser mais facilitadora ou gerir a aplicação de um plano ou estratégia, são actividades metacognitivas que podem ajudar o aluno na sua tarefa de resolução de problemas.

Trabalho de Grupo

De modo geral, segundo Romberg e Carpenter (1986), o trabalho dos alunos em pequenos grupos favorece a cooperação e a utilização de estratégias menos competitivas e, conseqüentemente, a aprendizagem. Investigações têm-se debruçado sobre o trabalho de grupo como um aspecto a ter em atenção no processo de aprendizagem pois pode providenciar o diálogo exteriorizado, no qual o indivíduo deve estar envolvido. É de importância estudar este aspecto pois, a nível do ensino básico, os professores utilizam regularmente o trabalho de grupo como uma estratégia de ensino. O trabalho em pequenos grupos pode permitir

ao indivíduo verbalizar mais prontamente pela necessidade constante de comunicar com os outros membros do grupo. Esta verbalização é um dos aspectos do processo do pensamento do aluno e parte desses dados objectivos podem ser estudados. O trabalho de grupo pode promover a exteriorização do "pensar alto" (think aloud) mais eficazmente do que através do trabalho individual e pode providenciar um meio útil para estudar tal processo. Noddings (1985), estudou, com crianças, a resolução de problemas em pequenos grupos, averiguando que estas se tornam bastante cooperativas e aprendem com mais facilidade. Schoenfeld (1987) propõe o trabalho de grupo como uma técnica a utilizar na sala de aula de modo a desenvolver capacidades metacognitivas nos alunos. É exactamente essa discussão que, segundo Schoenfeld, se pretende e que nos alunos mais inseguros acerca das suas capacidades permite reforçar a sua aprendizagem e evidenciar os processos de controlo por si utilizados. Fernandes (1988), com base nos resultados na sua investigação em resolução de problemas, sugeriu que quando os alunos trabalharam em pequenos grupos, as suas actividades metacognitivas, mesmo quando os aspectos metacognitivos não são explicitamente ensinados, parecem ser estimuladas.

Convicções

Segundo Schoenfeld (1985a) os sistemas de convicções dos alunos são um dos factores a considerar no seu sucesso em resolução de problemas. Estes sistemas de convicções são as interpretações, as perspectivas individuais que têm acerca deles próprios, acerca da matemática, acerca da resolução de problemas e do mundo em geral, que

estabelecem o contexto psicológico no qual os indivíduos fazem matemática e realizam as tarefas matemáticas. Schoenfeld (1985a) sugere ainda que as convicções pessoais afectam a validação e a selecção dos recursos individuais. Além disso, também refere que os comportamentos puramente cognitivos são extremamente raros e muitas acções cognitivas são resultado de convicções conscientes ou inconscientes. Estas convicções estão relacionadas com uma perspectiva construtivista de como o conhecimento é adquirido. As convicções assim como as intuições são muito importantes para Schoenfeld (1987), pois, os alunos aprendem o que lhes é ensinado de um modo interpretativo; isto é, têm um conjunto de "ferramentas" que usam quando estão a aprender algo. Logo, uma coisa é aquilo que ensinamos e outra coisa, que pode ser diferente, é a forma como os alunos o entendem. Os alunos têm, pois, convicções acerca daquilo que estão a aprender e desenvolvem sistemas de convicções acerca da matemática que podem afectar positiva ou negativamente a sua aprendizagem matemática assim como o seu comportamento. Schoenfeld (1987) identificou as seguintes convicções de alunos do 10º ano de escolaridade: (a) a matemática consiste num conjunto de procedimentos formais desligados da vida real, da descoberta e da resolução de problemas; (b) os problemas de matemática podem ser resolvidos em 10 minutos ou menos; (c) a forma dum argumento matemático é mais importante do que a sua correcção; (d) somente os génios são capazes de fazer matemática.

Lester e Garofalo (1985), por outro lado, identificaram as seguintes convicções acerca da matemática, em alunos do 1º ciclo do ensino básico: (a) o tamanho e o número de números num problema são indicadores

importantes de dificuldade; e (b) um problema pode ser resolvido por aplicação directa de uma ou mais operações aritméticas e a operação correcta a utilizar pode ser determinada pela identificação de *palavras-chave*. Em qualquer dos casos, estas convicções podem ter um efeito negativo no comportamento matemático dos alunos e parecem desempenhar um papel dominante na capacidade de resolver problemas.

Modelos de Ensino de Resolução de Problemas

Da revisão da literatura sobre a resolução de problemas pode concluir-se que têm sido feitas várias tentativas para delinear um modelo que descreva a resolução de problemas. O conceito de modelo tem sido usado de dois modos distintos. Uns são os modelos prescritivos, aqueles que sugerem técnicas para ajudar os alunos a tornar-se melhores resolvidores de problemas. Os outros são modelos descritivos que podem ser mais valiosos na medida em que identificam fases que os alunos atravessam enquanto resolvem problemas.

Não existe um único método para ensinar a resolver problemas e a investigação também não tem mostrado qual o método mais adequado, o que reforça a ideia de que é um processo bastante complexo. O primeiro modelo foi o de Polya baseado no ensino de heurísticas gerais, no qual um problema era decomposto em quatro fases. Muitos modelos se têm desenvolvido depois de Polya (1973), desenvolvendo capacidades instrumentais específicas em que o professor demonstra (Lester 1980a, 1980b), desenvolvendo processos metacognitivos (Fernandes, 1988;

Garofalo, 1987; Schoenfeld, 1987) etc. Apesar de existirem vários modelos, Lester (1980b) afirma que não existem factores que indiquem qual o melhor método a seguir, por isso recomenda que se use uma combinação de todos eles.

Modelo de Polya

Uma vez que Polya continua a ser uma referência essencial para todos os investigadores, é oportuno recordar o seu modelo. Para este investigador, ensinar a resolver problemas envolve consideráveis experiências e um estudo aprofundado sobre o processo de chegar à solução. O professor, que quer melhorar a capacidade de resolver problemas do aluno, deve orientar a sua atenção para certas perguntas chave ou sugestões que correspondem às operações mentais usadas.

Polya (1973) sugere uma lista de questões e sugestões que estão agrupadas em 4 fases que constituem o processo de resolução de problemas: (1) *Compreender o problema*; (2) *Formular um plano*; (3) *Executar o plano*; (4) *Verificar a solução*. Dentro destes 4 passos ele lista algumas heurísticas que são independentes de um tema particular e são aplicáveis à solução do problema. As possíveis heurísticas são: usar problemas auxiliares, decompôr e recombina o problema, tentar evocar e resolver problemas relacionados (que podem ser uma simples versão ou uma generalização do problema existente), desenhar uma figura, fazer uma conjectura e testá-la e trabalhar de trás para a frente. Mas vejamos o que acontece nas 4 fases do modelo de Polya.

Na primeira fase, *Compreender o problema*, o resolvidor deve pelo menos compreender a pergunta para tentar dar uma resposta. Deve

identificar o que é conhecido (os dados), o que é desconhecido (o objectivo) e que condições são apresentadas.

Na segunda fase, *Formular um plano*, o resolvidor deve pensar nas suas experiências anteriores e procurar algo que se relacione com o problema em causa e que tenha já sido resolvido, ou pode tentar várias abordagens antes de decidir qual a que parece mais promissora.

Na terceira fase, *Executar o plano*, o resolvidor executa o plano que elaborou até chegar à solução. Se chegar a um impasse, volta à fase de planificação, ou seja, à segunda fase.

Na quarta fase, *Verificar a solução*, o resolvidor verifica a solução de acordo com os dados e condições apresentadas no problema.

As quatro fases apresentadas por Polya não são necessariamente realizadas pela ordem que foi apresentada. Por exemplo, um resolvidor pode não ter uma completa compreensão do problema até que tenha feito uma ou mais tentativas para o resolver. Muitas vezes, um resolvidor pode chegar à solução e somente na verificação dar conta de que uma condição foi esquecida.

É de salientar que este modelo, em vez de ser uma descrição de como os resolvidores de problemas com sucesso pensam, é antes uma proposta para ensinar os alunos a resolver problemas.

Este modelo para além de ser valioso como guia na organização do ensino, é também bastante útil na identificação de áreas de dificuldade manifestadas pelos alunos ou na clarificação do processo mental envolvido em actividades de resolução de problemas que tenham sido bem sucedidas.

Modelo desenvolvido pelo MPSP

Outro modelo também muitas vezes referenciado por vários investigadores é o modelo que foi desenvolvido no âmbito do Mathematical Problem Solving Project (MPSP) na Universidade de Indiana, EUA, que desenvolveu módulos sobre a resolução de problemas em Matemática que pudessem ser inseridos nos currículos para os graus 4-6. Inicialmente o MPSP foi um projecto para o desenvolvimento de materiais baseado na investigação existente sobre ensino e aprendizagem de resolução de problemas.

Na tentativa de desenvolver um modelo que realçasse as componentes mais significativas envolvidas no processo e que providenciasse uma correcta descrição de como pensam os bons resolvidores de problemas, foi necessário fazer uma cuidadosa análise dos comportamentos quer afectivos quer cognitivos dos alunos que demonstrassem como tentavam resolver um problema. As fases do modelo são seis, não necessariamente disjuntas, utilizadas neste projecto:

- (1) *Consciencialização do problema*—nesta fase é posto o problema ao aluno; antes da situação se tornar um problema para o aluno, ele deve tomar consciência de que a dificuldade existe. A dificuldade deve existir na medida em que o aluno deve reconhecer que a situação não pode ser resolvida de imediato;
- (2) *Compreensão do problema*—uma vez que o aluno tomou consciência da situação e mostra disposição para a resolver, começa a tarefa para compreender o problema;
- (3) *Análise do objectivo*—nesta fase é por vezes necessário estabelecer sub-objectivos. Pode ser vista como uma tentativa de reformular o problema a fim de que possam ser usadas estratégias e técnicas conhecidas. Pode também

envolver uma identificação das partes do problema; (4) *Desenvolvimento de um plano*—é nesta fase que o resolvidor tem como objectivo delinear um plano para "atacar" o problema. Desenvolver um plano envolve muito mais do que identificar potenciais estratégias tais como, encontrar um padrão ou resolver um problema semelhante. Inclui também ordenar sub-objectivos e especificar as operações que podem ser usadas. É talvez esta a fase que mais dificuldades causa aos alunos. Uma das principais dificuldades que os alunos têm é saber o que fazer em primeiro lugar, como consequência de não saberem como ordenar as suas ideias; (5) *Implementação do plano*—nesta fase o resolvidor executa o plano que delineou. Os possíveis erros de execução podem confundir a situação nesta fase. O aluno que decide correctamente fazer uma tabela para procurar um padrão, pode falhar na sua descoberta devido a simples erros de cálculo. Erros deste tipo não se podem eliminar mas podem ser reduzidos se o ensino sobre a implementação do plano considerar a sua reflexão ao longo do processo; (6) *Avaliação dos procedimentos e da solução*—a resolução de problemas com êxito é o resultado de uma avaliação sistemática das decisões apropriadas feitas durante a resolução e da solução encontrada. O papel da avaliação vai para além da simples confirmação de que a resposta faz sentido. É um processo contínuo que se inicia logo que o resolvidor começa a analisar o objectivo e continua depois de a solução ter sido encontrada.

Como acontece noutros modelos, estas fases não são necessariamente sequenciais e podem ocorrer distintas umas das outras.

Este modelo não é muito diferente dos outros. Contudo sugere algumas componentes críticas sobre o comportamento, na resolução de

problemas, que faltavam nos outros e permite a identificação de factores que mais influenciam o sucesso na resolução de problemas.

Este material pode ser útil ao professor que tenta organizar experiências apropriadas na resolução de problemas com os seus alunos, realçando variadas e potenciais fontes de dificuldade para os resolvidores.

Modelo de Burton

Burton (1984) também desenvolveu um modelo em que identifica quatro fases de actividade que podem ser observadas durante o processo de resolução dum problema: *Entrada*, *Ataque*, *Revisão* e *Extensão*. Muitas vezes as duas últimas fases aparecem juntas, dependendo da natureza dos problemas, uma vez que estão interligadas.

Na fase *Entrada*, o aluno perante o problema tenta compreender de que é que ele trata e clarifica o que deve ser feito. É nesta fase que a escolha de uma representação é importante.

Na segunda fase, o *Ataque*, é a fase de maior actividade, é aqui que o aluno vai ensaiar possíveis resoluções. Começa por fazer várias ligações entre os diferentes aspectos do problema, tenta encontrar um padrão, ou decompôr o problema em partes. Contudo pode ter que voltar à fase de *Entrada* e modificar a direcção que tomou.

A fase de *Revisão* inicia-se quando o aluno sente que o essencial da resolução foi conseguido. É então que verifica a resolução e, se for inadequada, volta à *Entrada* ou ao *Ataque*.

Por fim a fase *Extensão* atendendo que a resolução de problemas é um processo contínuo e que um problema pode levar a outro é sempre

possível obter um novo problema fazendo extensões a partir do problema inicial. Além disso, permite reforçar certos aspectos, os mais significativos, da resolução do problema original.

Este modelo é interessante na proposta que apresenta de extensão do problema, que faz enriquecer o problema inicial e que está dentro daquela perspectiva de que um problema nunca se acaba, podendo gerar outros problemas a partir do original.

Modelo de Charles e Lester

Um outro modelo que será conveniente referir será o modelo utilizado na formação dos participantes neste estudo e que é uma adaptação do modelo de Charles e Lester (1986), também utilizada por Fernandes (1988).

Este modelo também é inspirado no modelo de Polya, só que introduz indicações para os professores acerca de acções concretas a tomar quando estão envolvidos no processo de ensino de resolução de problemas aos seus alunos. Desenvolve-se em três fases, mais ou menos distintas, nas quais o professor tem por objectivo acompanhar e orientar o trabalho dos alunos: *Antes*, *Durante* e *Após* a resolução do problema.

Na fase *Antes* da resolução do problema, o professor deve dirigir a sua atenção para a compreensão do problema e para a discussão de possíveis estratégias de resolução, desenvolvendo para isso algumas acções. Algumas dessas acções podem ser, por exemplo, ler o problema ou pedir ao aluno que o faça, e em seguida averiguar qual o significado de algumas expressões que não tenham sido entendidas pelos alunos. Através destas acções pretende-se desenvolver nos alunos o hábito de

ler atentamente o problema e de focarem a sua atenção em aspectos do problema que possam ter significado especial em matemática ou serem relevantes para a procura de caminhos possíveis de resolução.

Na fase *Durante*, o professor deve actuar sobretudo como um moderador das actividades dos alunos, intervindo para ultrapassar dificuldades e para dar sugestões úteis, sem que sejam dadas respostas que resolvam os problemas de imediato. É nesta fase que se encontra a resolução do problema, onde se vão utilizar, se possível, estratégias já conhecidas ou outras. Através das acções do professor nesta fase, pretende-se diagnosticar os pontos fracos e fortes dos alunos e de os ajudar a utilizar experiências anteriores e de os habituar a rever o seu trabalho. Para os alunos mais interessados e que acabem a resolução mais cedo, fazer extensões do problema.

Finalmente a última fase, *Após* a resolução do problema, o professor deve analisar e discutir o que foi feito, como foi feito e se poderia ter sido feito de outro(s) modo(s).

Este modelo é bastante útil para o professor interessado em ensinar a resolver problemas aos seus alunos pois indica que acções o professor deve seguir quando coloca um problema para ser resolvido pelos alunos.

Analisando todos estes modelos podemos estabelecer o seguinte paralelismo, segundo Figura 2.

Polya (1973)	MPSP (1974)	Burton (1984)	Charles & Lester (1986)
Compreender o problema	Consciencialização do problema	Entrada	Antes
	Compreensão do problema		
Formular um plano	Análise do objectivo	Ataque	Durante
	Desenvolvimento de um plano		
Executar o plano	Implementação		
Verificar a solução	Avaliação dos procedimentos	Revisão/ Extensão	Após

Figura 2. Modelos de ensino de resolução de problemas

Comparando todos estes modelos verificamos que o modelo de Polya continua a ser a referência de base para qualquer deles e que num processo de ensino se pode optar por um deles indistintamente, uma vez que são muito semelhantes.

Avaliação

Um campo onde a investigação tem tido maior dificuldade, tem sido sobretudo ao nível dos processos utilizados na resolução de problemas assim como na avaliação desses processos.

Krulick e Rudnick (1982) dão grande ênfase ao processo na resolução de um problema levando-os a dizer que a finalidade do ensino da resolução de problemas é ter alunos que desenvolvam com êxito o processo de encontrar a solução de um problema.

Ao pretendermos um tipo de ensino diferente com um papel mais activo do aluno como elemento que participa na construção do seu próprio saber, preparando-o para a resolução de problemas da vida real, concertezà que teremos de modificar também o processo de avaliação. Nestas actividades não é o produto o aspecto mais importante a considerar, isto é, a avaliação em resolução de problemas implica mais do que verificar o resultado escrito das respostas dos alunos. Avaliar é um processo complexo, assim como o é a própria actividade de resolução de problemas. Além dos aspectos de natureza cognitiva, aquisição e utilização de conhecimentos, existem outros aspectos igualmente importantes de ordem afectiva e psicológica que se devem considerar no processo de avaliação, como são, por exemplo, a perserverança, o controlo, as convicções, as atitudes e a capacidade para analisar e criticar. Logo para avaliar esta actividade não é suficiente os testes de papel e lápis, ter-se-à de pensar noutras alternativas. Diversificando as técnicas e os processos de avaliação poder-se-à contemplar alguns dos aspectos que na avaliação tradicional por testes escritos não é possível. Fernandes (1991) propõe que se adopte uma avaliação que revele a complexidade e as características funcionais do pensamento em matemática, considerando os múltiplos factores que influenciam a aprendizagem.

Flener (1990) numa investigação que fez com professores, uma das tarefas consistia em avaliar a resolução de um problema efectuada por três alunas. Ao analisar as pontuações atribuídas pelos professores, não encontrou diferenças significativas, nos problemas cuja resolução apresentada pelas alunas estava dentro dos padrões normais, isto é, com a apresentação dos cálculos necessários, chegando ou não ao resultado correcto. Contudo já houve discrepâncias apenas na avaliação a uma questão feita por uma aluna que apresentou apenas o resultado, pois para ela a solução era evidente. Flener chama a atenção para a avaliação deste tipo de resoluções, em que existe como um "flash" para apresentar o resultado, questionando-se se os professores estão preparados para o reconhecer, ou pior ainda, se os alunos terão de ser penalizados por isso. Há investigadores, como Charles et al. (1987) que se têm debruçado sobre este aspecto da avaliação, aconselhando que se deve diversificar o processo de avaliação, recomendando outras técnicas, que tenham em atenção os diferentes estilos de aprendizagem dos alunos e que estes também tenham possibilidades de apresentar os seus conhecimentos de várias formas e em diferentes momentos. Entre essas técnicas salientam-se: (1) a análise de trabalhos escritos (e.g. composições, relatórios) dos alunos; e (2) observação dos alunos enquanto resolvem problemas. Outras técnicas adicionais podem ser utilizadas como entrevistas e auto-avaliação através de questionários ou relatórios. Qualquer que seja a técnica de avaliação que se utilize não se deve perder de vista que o objectivo da avaliação deve ser o de melhorar a aprendizagem dos alunos, ajudando-os a compreender a matemática

contribuindo para que estes cada vez mais gostem de resolver problemas de matemática.

Os Professores e a Resolução de Problemas

Nesta secção revê-se literatura relacionada com a problemática da formação de professores em resolução de problemas, seguida de uma visão sobre as concepções dos professores em relação à Matemática, à Resolução de Problemas e ao seu ensino, assim como às práticas de ensino que lhes estão associadas.

Formação

Num processo de mudança tal como o que se pretende em educação matemática, a formação de professores é uma componente determinante (Fernandes, 1989a). No que respeita a Portugal, as Escolas Superiores de Educação, através de cursos de formação contínua e da formação inicial de professores, e a Associação de Professores de Matemática, com as suas publicações e encontros, têm sido dois grandes impulsionadores na divulgação das novas perspectivas em educação matemática, particularmente na ênfase dada ao ensino da resolução de problemas.

Apesar de todas as recomendações que se têm vindo a fazer, com mais intensidade a partir dos anos 80, sobre a necessidade de melhorar as competências dos alunos em resolução de problemas e de grande

parte da investigação se ter dedicado a investigar a melhor forma de melhorar o desempenho dos alunos nessa actividade, ainda se está longe daquilo que é recomendado. Ensinar problemas que sejam desafiantes, trabalhar em grupo, "pensar alto", ensinar estratégias de resolução, utilizar modelos diversificados de ensino, averiguar quais os processos de pensamento utilizados nessas tarefas, não têm sido eficazes. Uma das causas, naqual muitos investigadores parecem estar de acordo, é a complexidade da tarefa; outra, talvez uma das mais importantes, é a que está directamente ligada com a actividade do professor. Um ensino que ajude os alunos a pensar matematicamente passa forçosamente pelo ensino de problemas, conforme sugere Ponte (1991), não por problemas de rotina, mas problemas de processo, sobretudo problemas da vida real que possam ser resolvidos através de modelação. O método de ensino tem que ser mais activo e centrado nos alunos, em que estes se envolvam com entusiasmo nas actividades em que participem. Para isso é urgente que os futuros professores sejam envolvidos em actividades de resolução de problemas ao longo da sua formação. O NCTM (1989), em relação à formação de professores, refere que o tipo de ensino a que os futuros professores devem estar sujeitos deve ser semelhante àquele que se espera que venham a utilizar nas suas aulas—constituído por actividades de resolução de problemas. Logo, as instituições de formação de professores, devem formular os seus programas à luz destes critérios.

Krulick e Rudnick (1982), em relação à formação inicial de professores, referem que se queremos desenvolver capacidades de resolução de problemas nos nossos alunos, é necessário preparar os professores nesta "arte". A formação inicial é um bom começo, partindo

dos pressupostos de que estes professores são novos, cheios de entusiasmo e ainda não adquiriram as convicções erróneas de que ensinar algoritmos específicos para resolver problemas específicos é ensinar a resolver problemas. A primeira coisa que um professor em formação deve fazer, se queremos que venha a ensinar resolução de problemas, é torná-lo num resolvidor de problemas. Krulick e Rudnick, referem que isto não acontece necessariamente noutras profissões, e dão o exemplo de que um arquitecto, embora saiba desenhar um prédio, não é capaz de o construir. Contudo, é impossível ensinar resolução de problemas se os professores não são "razoáveis" resolvidores de problemas. Por isto, um programa de formação de professores deve começar por lhes mostrar o que é um problema e o que se entende por resolução de problemas. Além disso, deve levar os futuros professores a percorrer as mesmas actividades e experiências que irão propôr aos seus futuros alunos. O ensino das estratégias talvez seja a parte em que os futuros professores sentem mais dificuldades. Para a ultrapassar, deve-se confrontar os professores com muitos problemas para que eles resolvam e utilizem uma ou mais estratégias, identificando-as simultaneamente, sendo encorajados para o fazer, pois para além de lhes dar maior à vontade na resolução de problemas, também ficam com um conjunto de novos problemas que poderão vir a utilizar mais tarde. Estes ganham sobretudo prática na resolução de problemas, seguindo a máxima de Polya (1973), "aprende-se a resolver problemas, resolvendo problemas".

Da investigação em resolução de problemas com professores, grande parte, tem sido no âmbito da formação contínua, isto é, dirigido a

professores com experiência na docência. Actualmente a investigação em resolução de problemas com professores em formação inicial já é uma realidade, se bem que ainda pouco divulgada. Utilizando as palavras de Silver (1985), o professor, dentro deste contexto da investigação sobre o ensino-aprendizagem da resolução de problemas, tem sido "A alma esquecida". Existem poucos trabalhos com indicações como educar os nossos professores, isto é, tanto sobre o que se pretende que eles saibam, mas também como o devem fazer.

Preparar um professor para ensinar a resolver problemas é uma tarefa ainda mais complexa do que o preparar apenas para resolver problemas. Pois um professor além de precisar de um corpo de conhecimentos bastante amplo e organizado de matemática e de resolução de problemas, ainda precisa de dominar processos e técnicas de ensino. Necessita pois de um esquema geral de conhecimentos que lhe permita aperceber-se do que se passa na sala de aula, assim como entender o que cada aluno diz e faz, dando-lhe o devido e adequado acompanhamento.

Segundo Shulman (1985), qualquer programa que se faça para a formação de professores devem obedecer a dois princípios: (1) o que é que queremos que os professores saibam; e (2) o que queremos que eles sejam capazes de fazer. Com base nisto têm surgido alguns programas de formação de professores que envolvem resolução de problemas.

De uma análise de alguns modelos de formação de professores em resolução de problemas realizada por Fernandes (1992) este conclui: (1) para ensinar a resolver problemas torna-se necessário resolver problemas; (2) os professores devem desenvolver o mesmo tipo de

actividade que mais tarde irão apresentar aos seus alunos; (3) os professores devem ter oportunidade de resolver uma grande variedade de problemas que suscitem a utilização de diferentes estratégias de resolução; (4) os professores devem receber ensino formal acerca da utilização de estratégias de resolução de problemas; (5) os professores devem desenvolver as suas capacidades metacognitivas; (6) os professores devem receber ensino formal acerca do ensino da resolução de problemas, isto é, devem ter amplas oportunidades para aprenderem técnicas que lhes permitam planejar, implementar e avaliar o ensino da resolução de problemas.

Um programa para professores, apresentado por Charles (1991), baseado na análise da investigação sobre os processos utilizados pelos alunos em resolução de problemas e sobre o seu ensino, é consistente com a síntese elaborada por Fernandes (1992). Charles, para desenvolver o seu programa, parte dos pressupostos de que o professor para ensinar resolução de problemas, tem que: (1) saber pelo menos resolver problemas do mesmo nível daqueles que vai ensinar; (2) deve ter conhecimentos sobre resolução de problemas (e.g., o que é um problema, sua importância, processos de pensamento envolvidos, tipos de problemas, estratégias, seu papel no ensino da matemática); e (3) ter conhecimentos e capacidades pedagógicas para ensinar a resolução de problemas.

Por outro lado, Thompson (1985), continuando na mesma linha dos investigadores já referidos, recomenda que os professores: (1) precisam de "experimentar" a resolução de problemas a partir da perspectiva do resolvidor de problemas antes de a ensinar; (2) necessitam de reflectir

sobre os processos que utilizam para resolver problemas, para adquirirem conhecimento da natureza da actividade; e (3) necessitam de conhecer a literatura sobre resolução de problemas e do ensino da resolução de problemas. É necessário explorar, pois, meios de articular o conteúdo dessa formação de professores em resolução de problemas, a fim de que as suas experiências de aprendizagem e os conhecimentos adquiridos na formação sejam consistentes com o que irão advogar mais tarde.

Processos de Pensamento

A investigação sobre os processos de pensamento dos professores, sobre a forma como planificam e sobre os factores que os influenciam na tomada de decisões, faz parte do contexto psicológico do ensino. A ciência cognitiva, por volta dos anos 70, incitada em parte pela teoria do Sistema de Processamento de Informação, cria um lugar para o estudo dos sistemas de convicções em relação com outros aspectos da cognição humana, voltando a atenção da investigação para temas que vão desde o comportamento até aos aspectos cognitivos do professor. Isto é, começa-se a preocupar com os processos de pensamento e tomadas de decisão dos professores (Clark & Peterson, 1986; Bush, 1986). Isto leva os investigadores a debruçarem-se sobre os sistemas de convicções e concepções e pelas teorias implícitas, como estando na base dos pensamentos e decisões dos professores (Clark, 1988). Só a partir dos anos 80 é que estes estudos se direccionam para as convicções sobre a

matemática, o seu ensino e a sua aprendizagem (Cooney, 1985; Thompson, 1982).

Clark e Peterson (1986) fazem referência a uma informação dada pela 6th Comissão of the National Institute of Education (1975), em que foi apresentada uma imagem do professor como sendo um profissional que tem mais de comum com os médicos, advogados e arquitectos do que com técnicos cuja tarefa principal se ajusta a prescrições ou algoritmos estabelecidos pelos outros. Esta concepção do professor como profissional reflexivo, teve profundas repercussões na investigação sobre o pensamento do professor. O domínio desta investigação abarca três categorias principais: (a) a planificação do professor; (b) os seus pensamentos e decisões; e (c) as suas teorias e convicções. As duas últimas categorias têm merecido atenção particular na comunidade de educação matemática. Em relação à última categoria, têm-se estudado as teorias e convicções dos professores sobretudo em relação aos alunos. Segundo Clark e Peterson (1986) o pensamento dos professores através de sistemas de teorias e crenças, desempenham um papel importante no ensino, influenciando as suas percepções, planificações e acções; leva-os a pensar e a tomar decisões com frequência enquanto leccionam.

Segundo Clark (1988), as investigações sobre o pensamento dos professores têm mostrado que estes desenvolvem e sustentam teorias implícitas acerca das características dos alunos, do que ensinam e do seu desempenho e responsabilidades e acerca das suas formas de actuação. O quadro que se obtém do professor como profissional reflexivo começa durante os cursos de formação, ou mesmo antes, e segue,

desenvolvendo-se e modificando-se com a experiência profissional, ao longo do tempo.

Cooney (1985), num estudo que efectuou com um aluno em formação inicial e no primeiro ano de leccionação, utilizou uma "técnica" para recolha de dados que designou de episódios, que não eram mais do que situações hipotéticas e que serviram para provocar discussão acerca da matemática e do ensino da matemática no aluno. Cooney partiu do pressuposto de que os professores em formação inicial ainda não têm teorias bem articuladas acerca do ensino da matemática, possuindo apenas teorias implícitas que podem revelar quando recebem estímulos apropriados.

A tarefa de um formador é bastante complicada uma vez que a investigação, segundo Clark (1988), tem detectado que os alunos possuem pré-concepções acerca de certos fenómenos e processos, enquanto que os professores possuem certas teorias implícitas. As teorias e as pré-concepções, afectam a percepção, interpretação e juízo dos professores e podem ter consequências importantes naquilo que dizem e fazem na sala de aula.

A investigação no ensino tem por meta descobrir quais os comportamentos, competências, padrões e estratégias que conduzem à aprendizagem do aluno (Clark, 1988). Dentro desta perspectiva, o papel do professor é promover nos alunos as competências e estratégias necessárias para a sua integração na comunidade, cabendo à resolução de problemas um papel primordial. É a partir de 1980, data em que foi publicada "An Agend for Action pelo NCTM", que se deu início de uma forma mais estruturada e alargada ao ensino da resolução de problemas

nos currículos de matemática não universitária. Apesar destas recomendações o ensino da resolução de problemas ainda não é uma realidade nas salas de aula. Existem algumas razões para este facto, uma delas é referida por Ernest (1991) como sendo a institucional resistência à mudança, exercida quer pelos professores, alunos e pais. Esta resistência exercida pelos professores é muito importante pois são eles os agentes dentro da sala de aula. Segundo o mesmo autor, os professores têm concepções muito diferentes acerca da matemática e do seu ensino, consequentemente, a resolução de problemas também é compreendida de diferentes modos. As concepções dos professores, fazendo parte dos seus pensamentos, vão influenciá-los quando ensinam. Por conseguinte é importante saber quais as concepções que têm acerca da matemática, pois deles depende a concepção que os seus alunos virão a ter relativamente à resolução de problemas.

Concepções

A ênfase que ultimamente se tem dado a estudos das concepções dos professores, baseia-se no pressuposto de que existe um substrato conceptual que desempenha um papel fundamental no pensamento e acção dos professores. As concepções dizem respeito a tudo que de importante se relaciona connosco e formam-se através de um processo quer individual quer social. Logo, as concepções que tenhamos em relação, por exemplo, à matemática e, no caso particular, em relação à resolução de problemas, são influenciadas por um lado, pelas nossas experiências que identificamos como desse âmbito, e por outro lado pelas influências sociais onde estamos inseridos (Ponte, 1992).

Os educadores reconhecem que saber como os professores interpretam e implementam o currículo é influenciado significativamente pelos seus conhecimentos e convicções (Clark & Peterson, 1986; Romberg & Carpenter, 1986). Reconhecendo que as mudanças que se passam na sala de aula dependem essencialmente das mudanças individuais do professor quando ensina e que, em larga medida, este ensino é influenciado pelas convicções e concepções do professor, os educadores matemáticos aperceberam-se da importância desta nova linha de investigação.

Para melhorar a eficácia pedagógica de um professor é necessário ter em conta os seus processos cognitivos. Segundo Gonçalves (1986), os nossos pensamentos, cognições e convicções são poderosos processos que são responsáveis pela nossa eficácia ou ineficácia no ensino. Este autor defende que os programas de formação psicológica dos professores deverão ter a intenção de provocar a alteração de atitudes e convicções, com vista a uma eficácia pedagógica. Os professores manifestam algumas convicções em relação não só à sua formação como em relação à sua prática. Gonçalves (1986) apresenta algumas das convicções mais vulgares sustentadas por alguns professores: (1) para que eu seja bom professor basta que eu seja competente na matéria que vou leccionar; (2) ser bom professor é uma característica inata; (3) o bom professor terá que se mostrar perfeito; (4) o bom professor é aquele que mantém os alunos disciplinados e em silêncio; e (5) o bom professor deverá ser aprovado por todos os alunos a todo o momento. Segundo ele qualquer programa de formação deverá ter em conta estas convicções pois poder-se-á correr o risco da formação de professores ser dotada de pouco

sentido e relevância.

Além do conhecimento matemático e do saber ensinar que os professores de matemática necessitam, é necessário considerar as convicções que vão diferenciar os professores uns dos outros. Se acontecer, por acaso, dois professores de matemática terem a mesma preparação e conhecimentos, mas se por exemplo, um ensina matemática segundo uma orientação de resolução de problemas enquanto outro tem um ensino mais instrumentalista, esta diferença pode ser resultado das convicções que cada um tem sobre o ensino da matemática. A importância das convicções e concepções tem vindo a ser estudada na educação matemática por alguns investigadores (Cooney, 1983; Ernest, 1991; Guimarães, 1988; Matos, 1991; Thompson, 1991).

Discussão de alguns conceitos

Da revisão da literatura fica-se com a ideia que o termo concepção tem diferentes interpretações, variando de autor para autor. Talvez se deva ao facto, segundo Matos (1991), de haver diferentes explicações acerca da natureza e génese das concepções. Para além deste aspecto existe uma dificuldade na compreensão do termo "belief", pois também a tradução para a língua portuguesa, difere de autor para autor. Para a sua tradução Matos (1992), usa o termo concepção; Ponte (1992) usa o termo crença e Fernandes (1991a) usa o termo convicção. Nesta investigação adoptou-se "belief" por convicção, utilizando as traduções dos autores portugueses quando se faz referência a eles.

Conforme refere Thompson (1992) a maior parte dos investigadores evitam definir o termo "convicção" assumindo que a

maior parte dos leitores sabe o que se entende por convicção. Isto tem a ver com a dificuldade que se tem em dizer, utilizando termos simples, o que isso é, pois é difícil distinguir convicção de conhecimento, pois o que hoje é conhecimento pode ser convicção amanhã à luz de novas teorias. Por outro lado, alguns educadores argumentam que em vez de se tentar procurar o que diferencia convicção, de conhecimento, se procure antes quando e como as convicções (ou o que eles entendem por conhecimento) dos professores afectam a sua experiência de ensino. Este argumento é que parece indicar ser mais útil para os investigadores falarem de concepções em vez de convicções dos professores e conceptualizar futuros estudos de acordo com esta posição. Apesar daquela recomendação de Thompson, na literatura revista existem mais relatos sobre "convicções" do que sobre "concepções". A liberdade que se toma com a palavra convicção toma-se com os sistemas de convicções, pois segundo Green (citado em Thompson, 1992) é uma metáfora para examinar e descrever como é que as convicções estão organizadas num indivíduo. Para Kuhs e Ball (citado em Ernest, 1989) "convicção" consiste nos sistemas de convicções, valores e ideologia assim como as "tendências" dos professores. Muitos autores parecem utilizar indiferentemente convicção e concepção.

Schoenfeld (1985), na aquisição e utilização do conhecimento em matemática, dá grande importância aos sistemas de convicções, que ele caracteriza como sendo um conjunto de interpretações e perspectivas de cada um em relação à matemática que estabelece o contexto psicológico dentro do qual os indivíduos fazem matemática. As convicções, para Fernandes (1991a), referem-se às ideias que os indivíduos têm acerca

de si próprios, da matemática, dos problemas, dos professores, da escola e do mundo em geral.

Outro conceito associado a este processo é o de concepção, que para Thompson (1990) são estruturas mentais gerais, que englobam quer as convicções, quer qualquer tipo de conhecimento, que se apoia na sua experiência, tal como significados, conceitos, proposições, regras, imagens mentais, preferências. Thompson (1982) diz que estruturalmente, concepções ou sistemas de concepções, podem ser descritos como uma complexa organização de convicções, não convicções (disbeliefs) e conceitos num dado domínio.

Apesar desta investigação não se prender directamente com o estudo das atitudes, elas implicitamente fazem parte do contexto educativo, pelo que fará sentido ainda que de uma forma sucinta analisar o termo atitude.

Existem diferentes definições de atitude tendo a maioria sido proposta por psicólogos de origens diversas, tanto behavioristas como construtivistas, e que têm muito a ver com a sua operacionalização. As tendências recentes têm sido de evitar explicitar a definição e decidir por definições operacionais indicadas por itens de instrumentos de medida de atitudes. Para Aiken (citado em Kulm, 1980) o termo atitude é usado nos seus estudos com o significado aproximadamente igual ao de divertimento, interesse e de algum modo, nível de ansiedade. Gagné (1977) entende atitude como sendo "um estado interno que influencia a escolha de uma acção pessoal feita pelo indivíduo" podendo as atitudes ser adquiridas de vários modos: isoladamente, a partir de uma experiência inesquecível, ou de experiências que tenham sido bem

sucedidas ou agradáveis, por imitação ou como modelo do comportamento de outras pessoas.

Segundo Matos (1991, 1992), o conceito de atitude é considerado como uma resposta das pessoas a estímulos que lhes são exteriores. Apesar de algumas divergências existentes quanto à definição do conceito de atitude, pode-se concluir que os diversos autores estão de acordo em dois aspectos: (a) as atitudes são elaboradas a partir da experiência; e (b) se um indivíduo tem um conjunto de predisposições em relação a um dado objecto num dado ambiente elas tendem a afectar a resposta a esse mesmo objecto.

Em síntese podemos dizer que, tentar descrever em que consiste "convicção", "concepção", "conhecimento", "atitude" é uma tarefa bastante difícil devido às considerações filosóficas e psicológicas que envolvem. Na maior parte dos trabalhos consultados, os investigadores não se debruçaram em definir com grande profundidade qualquer destes conceitos.

Concepções acerca da Matemática, Resolução de Problemas e do Ensino

A maior parte dos estudos na área das concepções, foram realizados com alunos (Lester & Garofalo, 1982; Schoenfeld, 1987). Nos últimos anos tem sido reconhecida a importância das convicções e concepções dos professores (Clark & Peterson, 1986) e em particular na sua relação com a matemática (Cooney, 1983, 1985; Ernest, 1989; Thompson, 1982, 1985). Por outro lado, Silver (1985), refere que conhecer as convicções e concepções que os alunos têm sobre a matemática e a resolução de problemas, é importante mas será também

importante saber quais as convicções e concepções dos professores. Todos estes trabalhos reflectem a importância dos sistemas de convicções dos professores como factores determinantes para a prática na sala de aula. As concepções que os professores têm sobre a matemática, sobre o seu ensino e aprendizagem são factores que vão influenciar o seu modo de ensinar e, em particular, permitem averiguar qual o papel que atribuem à resolução de problemas. Estes factores não são os únicos a influenciar a actividade do professor na sala de aula, existem outros, que vão desde as suas atitudes, até ao conhecimento matemático ou ao contexto social no qual estão inseridos.

A maior parte dos estudos sobre convicções, concepções e atitudes, não se focaram, no ensino da resolução de problemas, mas a metodologia pode ser adaptada para focar a atenção no efeito das atitudes e convicções do professor acerca da matemática e da resolução de problemas.

Alba Thompson (1985), foi a primeira investigadora, sob a orientação de Cooney, a apresentar uma investigação neste campo. Se Polya é a referência para o estudo de resolução de problemas, Thompson é a referência para estudo das concepções em matemática. Esta investigadora refere que as convicções e concepções, dos professores, quer sejam conscientes ou inconscientes, acerca da matemática e do seu ensino, parecem desempenhar um papel significativo no modo como ensinam matemática (apresentação do conteúdo) e como conduzem o seu comportamento na sala de aula. Ou seja, as concepções são o que vai determinar o estilo de cada professor. Também averiguou que existe uma relação bastante complexa entre as concepções e decisões que o

professor tem de tomar na sua prática de ensino. Logo, há necessidade de examinar até que ponto as concepções e práticas dos professores podem ser modificadas, de modo a melhorar a qualidade de ensino em matemática.

Thompson (1989) realizou um estudo, para descobrir como ajudar os professores a aumentar os seus conhecimentos e confiança para ensinar resolução de problemas, assim como modificar as concepções erradas acerca da resolução de problemas. Este estudo focou-se sobre concepções dos professores do ensino elementar durante um curso de formação sobre resolução de problemas, tendo-os posteriormente, observado na sala de aula. As conclusões a que chegou, é que não é fácil preparar resolvidores de problemas como professores de resolução de problemas que sejam competentes e conscientes nas suas dificuldades. Contudo, parece que se pode influenciar as convicções dos professores em relação ao ensino da resolução de problemas, assim como se pode realçar as suas competências e confiança, quer para resolver problemas, quer para ensinar resolução de problemas.

Os estudos que se têm efectuado realizaram-se tanto com professores com experiência assim como com alunos de um curso de formação inicial. Segundo Thompson (1992) não se detectaram diferenças específicas entre as convicções manifestadas quer por uns quer por outros, assim como entre os vários níveis de ensino.

Ponte (1991), da análise dos estudos efectuados por vários investigadores, conclui que as concepções dos professores acerca da matemática, tendem para uma visão absolutista (Platonista, segundo Ernest, 1991)—corpo de conhecimentos unificado mas estático—, e uma

visão instrumental— caixa de ferramentas, cheia de factos, regras e destrezas, da matemática, considerando-a como uma acumulação de factos, regras, procedimentos e teoremas—em oposição a uma visão dinâmica da matemática—orientada por problemas, encarando como um domínio em evolução. Esta questão têm a ver com o conhecimento que os professores têm relativamente a tópicos matemáticos. As investigações mostram que os professores têm poucos conhecimentos matemáticos e pouca cultura matemática o que parece ter grande influência no seu estilo de trabalho.

A análise efectuada por Ponte (1991), em relação a estudos portugueses (Guimarães, 1988; Abrantes, 1986; Loureiro, 1991; Ponte e Carreira, 1992) é consistente com os resultados encontrados noutros países. No entanto a investigação em Portugal é reveladora relativamente a dois aspectos: (a) a dificuldade dos professores em falar acerca das suas concepções da matemática, mostrando que se trata de um assunto sobre o qual não possuem vivências intensas nem estão habituados a reflectir; e (b) a circunscrição que tendem a fazer da matemática ao domínio escolar, isto é, a parte da matemática com que lidam habitualmente.

Na revisão efectuada foram detectadas poucos trabalhos na área das convicções e concepções em resolução de problemas com professores em formação inicial.

Ernest (1991), desenvolveu uma teoria baseada no pressuposto de que as concepções dos professores acerca da matemática são os principais determinantes daquilo que o professor entende por resolução de problemas de matemática na escola. Um professor que tenha uma

visão estática e instrumental da matemática dificilmente poderá implementar um ensino de resolução de problemas. Para Thompson (1992) as convicções e as práticas acerca do ensino e aprendizagem da matemática detectadas nos professores em início da sua actividade são formadas, na maioria dos casos, durante os anos de escolarização desses professores e são moldadas pela sua experiência como alunos de matemática.

Um trabalho efectuado por Grouws et al. (1990), para determinar as concepções acerca da resolução de problemas e do seu ensino de professores do ensino secundário, detectou que a resolução de problemas tem várias interpretações e que estas diferentes interpretações influenciam o processo de ensino da resolução de problemas. Verificou-se ainda que o manual escolar é o factor que maior influencia a prática do professor na sala de aula. A influência do manual escolar na tomada de decisões por parte dos professores em início de actividade também é referida por Bush (1986).

LeBlanc (1983), num trabalho realizado com professores em formação inicial, detectou que a reacção que manifestam em relação à resolução de problemas é semelhante àquela que é manifestada pela população em geral. Há aqueles futuros professores que são favoráveis à resolução de problemas, que correspondem àquele grupo de pessoas que "correm" assim que ouvem dizer "quem é capaz de resolver este problema?", e aqueles que têm uma atitude oposta, que não defendem a resolução de problemas, e que correspondem ao grupo de pessoas que fica indiferente à pergunta. O problema da formação de professores, está em alterar esta atitude em relação à resolução de problemas. Segundo o

mesmo autor, as atitudes destes futuros professores não se modificarão até que tenham tido sucesso em experiências de actividades de resolução de problemas. Um professor que tenha tido experiências agradáveis e com sucesso em resolução de problemas, é provável que tenha uma atitude mais favorável em relação a este tema do que um que não tenha tido estas experiências.

Thompson (1992) relativamente à formação de professores, refere que a metodologia de investigação dirigida às convicções deve ser uma observação do seu tipo de ensino. Se estes professores estiverem em formação inicial será útil averiguar como é que eles se integram nas tarefas que lhes são propostas durante a formação, pois os resultados poderão ser úteis para eventuais reformas no ensino da educação matemática.

Das reflexões que Thompson (1992) efectuou sobre trabalhos realizados com alunos de um curso de formação de professores e já em início de actividade, conclui que as concepções destes professores são difíceis de alterar. Bush (1986), na investigação que efectuou com professores em formação inicial, detectou que as aulas de metodologia tiveram um importante papel na tomada de decisões dos futuros professores. Abrantes (1986), também refere que os futuros professores podem alterar algumas das suas concepções durante um ano numa cadeira de metodologia de matemática onde, entre outros temas, se discutia a resolução de problemas. Fernandes (1991), numa investigação que realizou com alunos de um curso de formação de professores em resolução de problemas, constatou que estes manifestavam disponibilidade de vir a ensinar resolução de problemas aos seus alunos

e estavam conscientes do tipo de competências que deveriam desenvolver nos seus alunos.

Grouws et al (1990) constataram que não há dúvida de que a relação entre as convicções dos professores sobre resolução de problemas e o seu ensino é complexa, mas é essencial que se continue a investigar estas relações se pretendemos implementar um ensino de resolução de problemas nas aulas de matemática.

A formação inicial de professores pode contribuir bastante para o desenvolvimento de concepções favoráveis relativamente à resolução de problemas, só que parece poder ser absorvida pelas realidades do ensino e socialização a que ficam submetidos durante os primeiros anos de actividade profissional.

Práticas

Alguns investigadores (Ernest, 1991; Thompson, 1992) mostram que as concepções dos professores acerca da matemática e do seu ensino desempenham um papel significativo no desenho de padrões comportamentais durante a sua prática. A relação entre as concepções dos professores acerca do ensino da matemática e a sua prática é de natureza complexa.

Ernest (1991) identificou, entre outros, três aspectos que influenciam a prática de ensino dos professores de matemática: (1) concepções dos professores acerca da natureza da matemática, assim como as suas teorias pessoais acerca do ensino e aprendizagem; (2) o contexto social da situação de ensino; e (3) o nível de reflexão e de processos de pensamento do professor. Segundo o mesmo autor, o ensino

da matemática depende fundamentalmente do sistema de convicções do professor de matemática, em particular da sua concepção da natureza e significado e dos seus modelos mentais de ensino e aprendizagem.

Bush (1986), num estudo que efectuou com 5 professores de matemática do ensino secundário, envolvidos num programa de formação averiguou em que é que estes professores se baseavam para preparar as suas aulas e identificou quatro fontes principais: (1) aulas de metodologia; (2) livros de texto; (3) influência de outros professores; e (4) reflexão. As aulas foram a fonte mais citada pelos participantes, seguida de muito perto dos livros de texto. A fonte menos citada foi a reflexão o que, para Bush, se deve provavelmente à pouca experiência profissional que estes professores possuíam.

Se as concepções e práticas de um professor estão interligadas, parece fundamental descobrir os mecanismos dessa ligação. Investigadores detectaram vários graus de consistência entre as convicções e perspectivas defendidas por professores acerca da natureza da matemática e da sua prática, embora McGalliard (citado em Thompson, 1992), tenha detectado algumas inconsistências. O problema das inconsistências é saber que factores as poderão ter influenciado. Em relação às concepções sobre o ensino e a prática, uns detectaram um alto grau de concordância (Shirk, citado por Thompson, 1992) enquanto outros detectaram um fraco grau de concordância (Thompson, 1982; Cooney, 1983). Uma das justificações para estas inconsistências, segundo Thompson (1992), é o contexto social na qual o ensino da matemática se desenrola e o efeito de socialização do grupo de professores da mesma

escola que, apesar de terem concepções diferentes acerca da matemática e do seu ensino, muitas vezes adoptam práticas idênticas.

Thompson (1992) refere que não se compreende a relação existente entre as concepções e as práticas, pois ainda não se possui uma ideia clara sobre como os professores mudam e reorganizam as suas convicções, e como a sua prática é influenciada pelas suas concepções relativamente à matemática.

Outra questão é a de saber se as concepções e práticas dos professores em formação inicial ou contínua serão idênticas. Segundo Clark (1988), saber o que pensam, que conhecimentos possuem ou como ensinam os professores com mais experiência, não parece ajudar a responder à questão de saber o que se deve ensinar e como é que poderão ser preparados os professores em formação. Entendendo-se por docentes com experiência, segundo este autor, aqueles que começaram a formular explicitamente teorias e convicções sobre os alunos, o ensino e o papel do professor. Por conseguinte, Clark e Peterson (1986) afirmam que é importante fazer investigação com professores no início da sua actividade profissional. Isto é, analisar a evolução dos processos de pensamento destes professores, para se averiguar que tipo de intervenção poderá beneficiar estes processos, uma vez que ainda não têm teorias bem definidas sobre o ensino da matemática, pensamento este também compartilhado por Cooney (1985).

Síntese

Investigações recentes sobre a formação de professores têm mostrado que, quer o estudo da resolução de problemas, quer o estudo das convicções e concepções têm um lugar importante dentro da investigação em educação matemática. Este tipo de investigação tem estimulado sobretudo uma reflexão sobre o papel dos educadores matemáticos e, por outro lado, tem ajudado os professores a reflectir sobre as suas concepções e práticas. Contudo, este estudo é bastante complexo e problemático. De toda a revisão de literatura que se efectuou sobre concepções dos professores em relação à matemática e à resolução de problemas e das suas ligações com a prática, pode concluir-se que: (1) qualquer tipo de investigação nesta área é importante, embora difícil de operacionalizar, devido ao objecto e aos participantes do estudo; (2) os sistemas de concepções não são sistemas estáticos; (3) não existe unanimidade em relação à definição de concepção, assim como em relação ao modo como elas mudam. (4) as concepções acerca da matemática e do seu ensino influenciam grandemente a sua prática; (5) existe uma relação bastante complexa entre as concepções e as práticas; (¶) existem factores, de ordem diversa, que afectam as concepções dos professores; (7) existem factores que afectam as práticas dos professores; (8) as concepções sobre a matemática, influenciam significativamente a visão que estes professores têm da resolução de problemas, e, consequentemente do seu ensino; e (9) a formação inicial pode contribuir favoravelmente para o desenvolvimento das concepções dos futuros professores, se forem sujeitos a um tipo de ensino que contribua para o desenvolvimento adequado dessas concepções.

CAPÍTULO III

METODOLOGIA

Neste capítulo descreve-se a metodologia adoptada neste estudo, fazendo referência à pilotagem dos instrumentos, à selecção dos participantes, aos procedimentos implementados nas duas fases do estudo e aos métodos de recolha e análise de dados.

Opções Metodológicas

Atendendo ao objectivo deste estudo, que era o de estudar as concepções e práticas dos professores acerca da resolução de problemas de Matemática, optou-se por um estudo de natureza qualitativa uma vez que as tendências mais recentes da investigação educacional têm feito uso de métodos qualitativos (Cooney, 1985; Matos, 1991). De facto a investigação de natureza qualitativa, nomeadamente do tipo estudo de caso, tem sido utilizada para estudar os processos e dinâmicas da prática educacional.

Na maioria dos estudos analisados foram utilizados métodos qualitativos de investigação (Cooney, 1985; Guimarães, 1988; Thompson,

1982; Matos, 1991). Em alguns casos, foram também utilizados métodos quantitativos (Bush, 1986; Abrantes, 1986).

O objectivo central do presente estudo era o de descrever o significado pessoal que os participantes atribuíam à resolução de problemas através das suas concepções e, posteriormente, analisar a relação destas com a prática do ensino da resolução de problemas. Pretendia-se acompanhar, por um lado, os participantes enquanto alunos e, por outro lado, os participantes já como professores, isto é, em dois contextos diferentes. Foi necessário proceder à recolha de dados não só com o intuito de conhecer e descrever a vivência dos participantes enquanto alunos mas também com a intenção de interpretar a natureza das suas concepções em resolução de problemas e averiguar posteriormente qual a influência na sua prática enquanto professores. Por outro lado, era necessário efectuar uma recolha de informação em profundidade uma vez que as variáveis em estudo eram várias e difíceis de isolar. Daí ter-se optado por estudar apenas dois participantes. Não era intenção fazer generalizações, mas tentar descrever e interpretar uma determinada situação com o propósito de conhecer melhor o fenómeno sob investigação. Todos estes elementos contribuíram para se adoptar uma metodologia de natureza qualitativa, tipo estudo de caso.

A investigação de natureza qualitativa, investigação não experimental, é adoptada quando são procuradas a descrição e explicação dos fenómenos, mais do que a previsão baseada em relações causa-efeito. Ou seja, quando não é possível ou praticável manipular as potenciais causas de comportamento e quando as variáveis não são facilmente identificadas ou estão demasiado envolvidas no fenómeno

para poderem ser extraídas para o estudo (Merriam, 1988; Yin, 1989). Na maior parte das situações educacionais é demasiado complexo controlar todas as variáveis em jogo. Merriam (1988) refere ainda que se deve ter em conta o controlo sobre os acontecimentos, para a escolha da investigação, atendendo a que quanto mais controlo se tem, mais experimental deve ser a investigação. Na mesma linha Yin (1984) refere que o estudo de caso é uma metodologia adequada quando as questões do "como" e "porquê" são fundamentais, quando o investigador tem muito pouco controlo sobre os acontecimentos e quando o objecto do estudo é um fenómeno que se desenrola em contexto real. Neste caso, como há pouco controlo das variáveis e se pretende que o resultado final seja holístico, optou-se por uma investigação qualitativa onde existe uma descrição e interpretação do fenómeno a estudar.

Quer a resolução de problemas quer as concepções dos professores são duas áreas de investigação educacional bastante complexas pois o próprio objecto do estudo é de definição complexa. Lester (1985) refere que, uma vez que a resolução de problemas é uma actividade complexa que envolve um vasto leque de comportamentos e é grandemente influenciada por um largo número de factores, deve ser estudada holisticamente. Além disso, envolve formas complexas de comportamento e de pensamento e como tal, ainda não existe uma completa compreensão dos fenómenos envolvidos. Segundo o mesmo autor, este comportamento corresponde talvez à falta de instrumentos válidos e fiáveis para medir qualquer dos aspectos das actividades em resolução de problemas e por isso o uso de métodos de natureza qualitativa parece assumir uma natureza mais eficaz. Ao adoptar uma

perspectiva holística de investigação em resolução de problemas e de ensino de resolução de problemas é necessário que a investigação seja de natureza qualitativa. É a natureza do que está a ser estudado que determina o tipo de dados que devem ser recolhidos. Thompson (1982), numa investigação sobre as concepções em relação à matemática que realizou com professores, recomenda que investigações desta natureza devem ser feitas através de uma abordagem qualitativa, nomeadamente sob a forma de estudos de caso.

Nas investigações de natureza qualitativa, para descrever os fenómenos observados utiliza-se mais a interpretação subjectiva do que a interpretação objectiva através de dados numéricos. Esta metodologia, sendo analítica, implica que os métodos usados sejam usualmente dirigidos para um sistema de categorias definido a partir dos dados aparecendo o relatório final na forma de descrição narrativa (Thompson, 1982).

Segundo Merriam (1988), o interesse desta metodologia reside mais no contexto do que numa variável específica, mais na descoberta do que na confirmação. Como era a intenção deste estudo descobrir o essencial, único e característico dum fenómeno ou situação, optou-se por uma investigação do tipo descritivo-interpretativo. Este tipo de investigação preocupa-se com os processos e atende principalmente ao significado que as coisas têm para os participantes envolvidos no estudo, dependendo o alcance da investigação sobretudo da capacidade do investigador (Merriam, 1988).

Por outro lado, Yin (1989) refere que este método se adapta quando é impossível separar as variáveis do fenómeno do seu contexto.

Kenny e Grotelueschen (citados em Merriam, 1988) referem que um estudo de caso pode ser importante quando o futuro de um programa está dependente de uma avaliação e não há indicadores razoáveis do sucesso programático que possa ser formulado em termos de objectivos comportamentais ou de diferenças individuais.

Para Isaac & Michael (1981, p.101), um estudo de caso é uma investigação em profundidade de uma dada unidade social, resultando num completo e bem organizado desenho dessa unidade. Outros autores referem que um estudo de caso pode realizar-se sobre uma pessoa, uma aula, um programa ou uma instituição. Por exemplo, para Merriam (1988, p.9-10), um estudo de caso é uma investigação centrada na descrição e/ou análise intensiva globalizante de um fenómeno limitado, como um programa, uma instituição, uma pessoa ou uma unidade social, que é efectuada para descobrir o que nela existe de essencial, único e característico, enquanto que para Stake (citado em Thompson, 1982, p.15), um estudo de caso é uma descrição narrativa de um objecto social tal como uma pessoa, uma aula, uma instituição um programa ou um outro sistema limitado. Johnson (1980a) também refere que este tipo de investigação envolve um estudo intensivo de indivíduos ou de situações. Pode envolver inquéritos, entrevistas, questionários e observação de um indivíduo para determinar as suas características e então comparar estas características com certos padrões de actuação.

Sendo a aprendizagem uma tarefa bastante complexa, será útil investigar a formação de conceitos, a resolução de problemas, a motivação, as fontes de dificuldades ou erros através deste método. Contudo, não é aconselhável fazer generalizações como se os resultados

correspondessem a grupos mais vastos, pois as amostras são usualmente limitadas. Yin (1989) faz referência às situações em que se deve utilizar um estudo de caso afirmando que é uma investigação empírica sobre um fenómeno no seu contexto real, em que as suas fronteiras não são claramente evidentes e para o qual são necessárias fontes múltiplas de evidência para o caracterizar; defende ainda que num estudo de caso o investigador dispõe de pouco ou nenhum controlo sobre os acontecimentos, visando antes conhecer o "como" e o "porquê" das situações. Um dos seus aspectos fortes é a sua capacidade para lidar com uma grande variedade de fontes de evidência tais como, documentos, artefactos, entrevistas e observações. Yin (1989) também refere que quanto mais diversificados forem os instrumentos para recolha de dados mais significativas poderão ser as conclusões.

Os estudos de caso normalmente envolvem observação e entrevistas focadas como técnicas de recolhas de dados. Neste sentido, a recolha de dados para este estudo baseou-se fundamentalmente na observação dos participantes no contexto de sala de aula e nas entrevistas realizadas em vários momentos do estudo. Optou-se por utilizar diferentes processos de recolha de dados ao longo de um largo período de tempo com vista a poder efectuar-se uma triangulação dos dados e contribuir para melhorar a validade interna do estudo (Yin, 1984; Merriam, 1988). Para assegurar a validade externa é realizada neste documento uma descrição completa dos procedimentos e dos alunos-caso, assim como dos resultados/conclusões do estudo, de modo a poder contribuir para eventuais comparações com outras situações (Goetz & Le Compte, 1984). Nos estudos que usam descrições, Erickson

(1976) refere que a força da descrição é o seu potencial mais elevado de validade, pois a escrita proporciona conhecimentos verdadeiros, relevantes ou úteis.

Como já se tem referido ao longo deste trabalho, as investigações em resolução de problemas têm sido desenvolvidas em períodos muito limitados de tempo e, por vezes, em ambientes laboratoriais. Por isso, Carpenter (1989) recomenda que a investigação deve analisar quer a complexidade da resolução de problemas quer a complexidade da sua prática em contextos de sala de aula e em períodos alargados de tempo. Brophy (citado em Carpenter, 1989), reforça esta ideia, quando argumenta que muita da investigação falha ao não considerar a realidade de uma sala de aula típica, na qual o professor tem de ensinar um grupo com 25 a 40 alunos. Com base nestas recomendações, e depois de se ter optado por uma investigação de natureza qualitativa (estudo de dois casos), decidiu-

-se que o estudo fosse longitudinal, realizando-se ao longo de ano e meio, com grande parte da investigação a decorrer em contexto de sala de aula.

Dos estudos analisados constatou-se que o número de indivíduos em geral é reduzido. São exemplo Cooney (1985), que estudou um, e Bush (1986) que estudou cinco. Nesta investigação optou-se por dois participantes pois, com já se referiu, pretendia-se um estudo aprofundado das suas concepções e práticas, a fim de se obter uma caracterização e contraste exaustivos. Optou-se por um estudo longitudinal para acompanhar a evolução das concepções dos participantes ao longo do tempo e poder acompanhar as suas práticas já como professores. Pretendia-se averiguar os efeitos dos diversos

acontecimentos: formação inicial, interacção com a escola, sala de aula, relações com os colegas, concepções e práticas dos professores, anotando as eventuais modificações das concepções ao longo do tempo.

Delineamento do Estudo

Este estudo foi realizado em dois contextos diferentes, procurando-se conhecer em cada um as concepções dos professores face à Resolução de Problemas de Matemática, ligando-as com a sua formação, conhecimentos e práticas. Em virtude da complexidade do estudo, este foi conceptualizado de acordo com o esquema da Figura 1, orientador de toda a planificação. Da observação da Figura 1, pode constatar-se como estão integrados os participantes do estudo nos dois contextos: a Escola Superior de Educação e a Escola C+S. O bloco a tracejado, à esquerda, representa os inputs recebidos, pelos participantes, ao longo da sua escolaridade e do meio social onde se inserem. Estes, após entrarem no sistema, recebem uma formação específica e integram-se numa escola. Aqui com a sua prática vão fornecer, por sua vez, outputs aos alunos - bloco a tracejado à direita. A recolha de dados foi feita na Escola Superior de Educação - 1ª fase, na cadeira de PEAM II, durante o módulo de Resolução de Problemas, e na Escola C+S - 2ª fase, numa turma do 5º ano de Matemática, durante um ano lectivo. A figura reflecte a extrema complexidade de relações existente entre os vários factores que afectam

as concepções do professor e as conseqüentes influências destas, nas diversas actividades que tem de empreender na sala de aula.

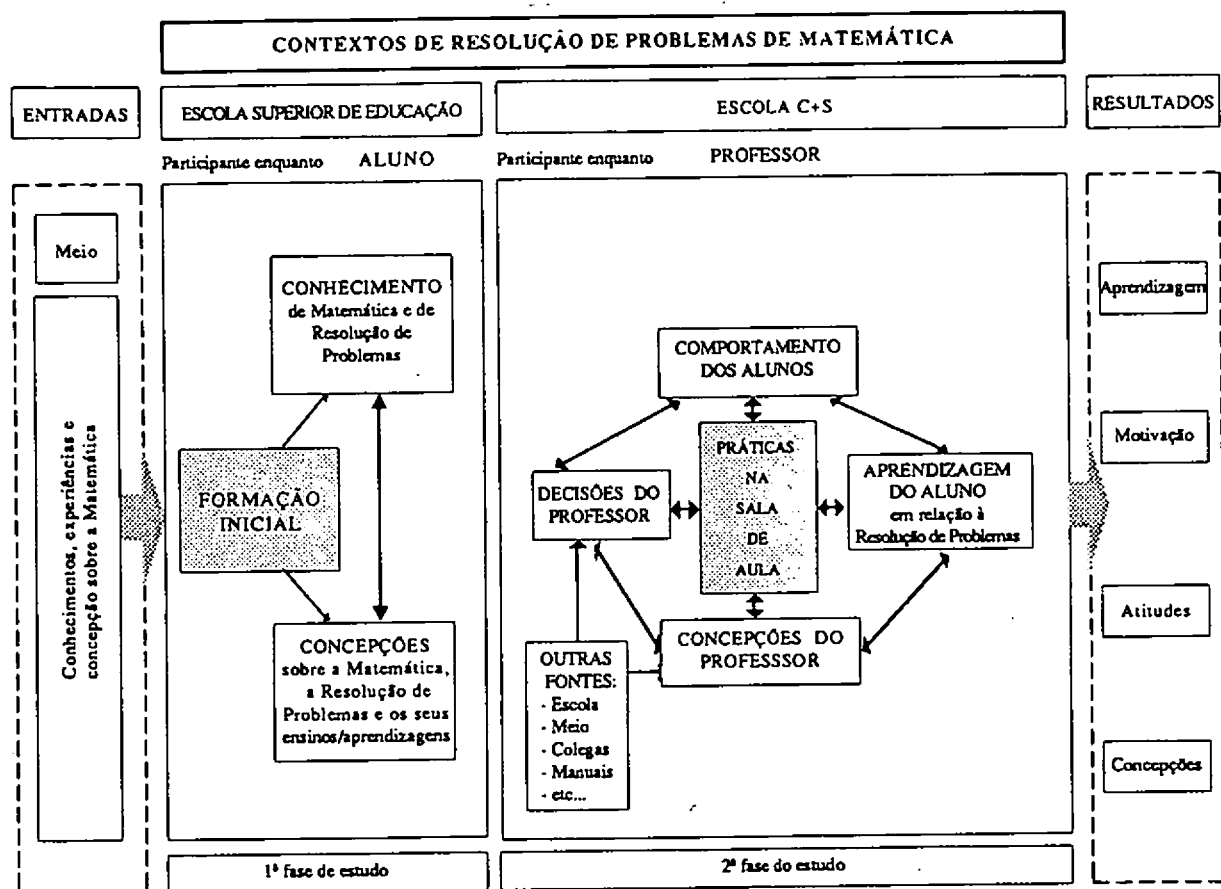


Figura 1. Conceptualização Geral do Estudo

Pilotagem

No delineamento deste estudo a investigadora considerou vantajoso realizar uma pilotagem dos instrumentos. Esta pilotagem teve como objectivos principais: (1) observar no terreno o envolvimento de alunos em actividades de resolução de problemas; (2) testar os instrumentos desenvolvidos para aplicar ao estudo; (3) testar e aperfeiçoar o processo

de recolha e registo de dados; e (4) servir de testagem ao próprio plano de estudo.

Travers (1969) aponta como razão para incluir um estudo piloto numa investigação o facto da selecção de um problema ser um processo que usualmente não se consegue de um só passo, sendo por isso necessário desenvolver um estudo preliminar. Ainda segundo aquele investigador, quando o campo de investigação é relativamente novo e não tem um conjunto de técnicas disponíveis, é recomendável desenvolver um estudo piloto. Esta testagem demonstra se é possível conseguir, na prática, a investigação, se as técnicas disponíveis são suficientemente sensíveis para analisar diferenças e se se pode obter a necessária cooperação dos meios indispensáveis. Johnson (1980b) e Yin (1989) referem que o estudo piloto pode ser aplicado de um modo menos sofisticado do que o estudo em si e ser usado para providenciar informações válidas para desenhar um plano definitivo.

A pilotagem realizou-se entre Março e Abril de 1991. Durante esta fase do estudo a investigadora desenvolveu Tarefas que foram testadas em turmas do 1º e 2º anos da variante de Matemática/Ciências da Natureza de uma Escola Superior de Educação, sendo também submetidos à análise de alguns professores intimamente ligados à investigação sobre resolução de problemas. Foi também testada a validade dos dois Guiões para observação de alunos quando envolvidos em actividades de resolução de problemas. Esta testagem decorreu na turma do 2º ano da variante de Matemática/Ciências da Natureza durante sessões de um módulo de resolução de problemas da cadeira de PEAM I.

Com base nos resultados do estudo piloto, a investigadora identificou dificuldades na interpretação de algumas questões das Tarefas e na utilização de alguns dos itens dos Guiões e pôde desenvolver e aperfeiçoar os instrumentos atrás referidos assim como o processo de recolha de dados durante a observação das aulas. Quer as Tarefas quer os Guiões podem ser consultados nos Anexos 3, 6 e 7.

Fases do estudo

O estudo propriamente dito iniciou-se em Maio de 1991 e constou de duas fases. A Tabela 1 apresenta a calendarização do estudo cuja recolha de dados decorreu entre Maio de 1991 e Julho de 1992.

Tabela 1
Calendarização do Estudo

Fases do Estudo	Contextos	Data
Pilotagem	Turma do 2ºano Mat/CN de uma Escola Superior de Educação	Março/Abril de 1991
1ª Fase	Turma do 4º ano Mat/CN de uma Escola Superior de Educação	Maio/Junho de 1991
2ª Fase	Escola C+S (rural)	Novembro de 1991 a Julho de 1992
	Escola C+S (urbana)	Novembro de 1991 a Julho de 1992
Relatório Escrito		Agosto de 1992 a Fevereiro de 1993

A 1ª fase foi realizada durante o ano lectivo de 1990-1991, procedendo-se ao acompanhamento dos dois participantes enquanto alunos numa Escola Superior de Educação. A 2ª fase foi realizada durante o ano lectivo de 1991-1992, acompanhando-se os participantes enquanto professores do 2º ciclo do ensino básico.

Foi objectivo do estudo manter a recolha de dados por um período de tempo alargado (aproximadamente, ano e meio lectivo) para que se observassem cadeias de situações semelhantes em momentos diferentes ao longo das duas fases do estudo.

Procedimentos

Seguidamente descrevem-se os procedimentos realizados durante as duas fases da investigação.

A Primeira Fase do Estudo

A 1ª fase do estudo realizou-se no ano lectivo de 1990-1991 e iniciou-se com uma primeira entrevista, informal e individual, que durou cerca de 30 minutos. Os participantes foram informados de que se pretendia acompanhá-los durante dois períodos: primeiro enquanto alunos e, segundo, já como professores. Ambos manifestaram a sua disponibilidade em participarem no estudo. Nesta primeira entrevista foi-

-lhes administrado um Questionário (Anexo 1) destinado a recolher dados biográficos e informações de índole geral.

A partir daqui, iniciaram-se duas observações, durante as aulas de PEAM I, e cinco entrevistas (Anexo 2) a cada um dos participantes, seguindo a calendarização indicada na Tabela 2.

Tabela 2

Calendarização da 1ª fase do Estudo

Recolha de dados	Frequência	Mês
entrevista	1	Maio
observação de aulas	1	Maio/Junho
entrevista	1	Junho
observação de aulas	1	Junho
entrevistas	3	Junho/Julho

Cada um dos participantes respondeu por escrito às cinco Tarefas (Anexo 3) administradas na parte final das entrevistas, onde era colocado perante situações que faziam referência explícita a aspectos relacionados com concepções sobre a resolução de problemas de matemática.

Através de cada tarefa pretendia-se obter informação das perspectivas do participante sobre: (1) o aluno como resolvedor de problemas, Tarefa 1 (t1); (2) importância relativa das várias finalidades do ensino da resolução de problemas em matemática, Tarefa2 (t2); (3)

importância relativa das várias práticas pedagógicas da resolução de problemas de matemática, Tarefa 3 (t3); (4) importância relativa dos vários parâmetros a avaliar sobre o ensino da resolução de problemas em matemática, Tarefa 4 (t4); e (5) características da resolução de problemas, Tarefa 5 (t5). As entrevistas também foram audiogravadas para análise posterior.

Cada um dos participantes foi observado em duas aulas de resolução de problemas de carácter teórico-prático. A turma estava organizada em pequenos grupos. Estas observações serviram para analisar a organização da sala, a dinâmica da turma, o Tipo de Problemas (Anexo 4) que eram propostos e resolvidos, a metodologia usada pelo professor e o comportamento dos alunos quando envolvidos nestas actividades. Durante as observações, a investigadora sentava-se perto do grupo onde se situava o aluno a observar, num papel de observador passivo. Durante as observações, que obedeciam a um Esquema Geral de Observação (Anexo 5), foram tomadas notas observacionais e foram preenchidos os dois Guias de Observação do Aluno em Resolução de Problemas (Anexos 6 e 7). Todas as aulas observadas foram videogravadas com dois propósitos: (1) para assegurar um registo da aula, para analisar mais tarde; e (2) para ser usada durante as entrevistas como uma ajuda e um estímulo para a recordação dos acontecimentos das aulas.

Cada aula observada foi precedida de uma entrevista e no fim das observações fizeram-se mais duas entrevistas. As entrevistas realizaram-

-se todas no gabinete da investigadora, no edifício da Escola Superior de Educação. Em média cada uma delas durou cerca de 45 minutos. Cada uma das entrevistas tinha o suporte de um guião e de uma tarefa para ser preenchida pelo participante. A entrevista começava pela realização de uma tarefa e em seguida perguntava-se qual a opinião do participante sobre a aula. Isto levantava naturalmente outras questões. Depois eram esclarecidos alguns pontos sobre a aula, recorrendo-se às notas de campo ou ao vídeo. No final, eram discutidos alguns pontos sobre a tarefa realizada na entrevista anterior.

Os dados eram sempre examinados à luz dos dados obtidos nos dias anteriores. Como cada estudo de caso continuava, a análise das notas observacionais e teóricas acumuladas providenciavam novos focos de interesse para as subseqüentes observações e entrevistas.

A Segunda Fase do Estudo

A 2ª fase do estudo realizou-se durante o ano lectivo de 1991-1992 e iniciou-se por uma primeira entrevista, informal e individual com cada um dos participantes, que durou cerca de 30 minutos. Os participantes foram informados do que se pretendia nesta 2ª fase bem como da calendarização das observações e entrevistas a efectuar. Foram também contactados os Conselhos Directivos de cada uma das escolas onde iriam decorrer as observações das aulas dos participantes no estudo.

A partir daqui, iniciaram-se três blocos de quatro observações. Cada bloco de quatro aulas foi precedido de uma entrevista e posteriormente de outra, segundo a calendarização indicada na Tabela 3.

Tabela 3
Calendarização da 2ª fase do Estudo

Recolha de dados	Frequência	Mês
Observação de aulas	4	Novembro/Dezembro
Entrevistas	1	Janeiro/Fevereiro
Observação de aulas	4	Fevereiro/Março
Entrevistas	1	Março
Observação de aulas	4	Abril/Maio
Entrevistas	2	Julho

As observações tiveram como finalidade: (1) analisar as práticas lectivas dos participantes ; (2) caracterizar o perfil do professor a partir das suas acções na sala de aula; (3) registar o ambiente criado na sala; e (4) contrastar as opiniões dos participantes obtidas nas entrevistas quer da 1ª fase quer da 2ª fase, com o que de facto acontecia na sala de aula; e (5) saber quais as atitudes em relação à resolução de problemas na sala de aula.

Para a realização da observação a investigadora entrava com o professor na sala e sentava-se ao fundo da sala, sozinha. As observações foram orientadas com base num Esquema Geral de Observação (Anexo 5)

efectuando-se uma transcrição de toda a aula, com papel e lápis, reservando-se um espaço para comentários e notas. A investigadora teve um papel passivo durante as observações e não foram evidenciados sinais de perturbação por parte dos alunos ou do professor em relação à sua presença na sala de aula.

As entrevistas, à semelhança das efectuadas na 1ª fase do estudo, realizaram-se todas no gabinete da investigadora. Em média cada uma delas também durou cerca de 45 minutos. Cada uma das entrevistas tinha o suporte de um guião e foi audiogravada para análise posterior.

Na primeira e na penúltima entrevista foram usadas as mesmas tarefas já utilizadas na 1ª fase, para serem analisadas comparativamente. O objectivo da aplicação das tarefas por três vezes, uma durante a 1ª fase e duas durante a 2ª fase, era o de analisar a consistência das concepções de cada participante enquanto aluno e, depois, como professor. No fim de cada dia, os dados recolhidos eram revistos, tal como se fez na 1ª fase.

Depois de efectuada, nas duas fases, toda a recolha de dados, o conteúdo das entrevistas, os registos das observações e as notas da investigadora foram transcritos, lidos e codificados de acordo com as categorias definidas e depois interpretados e discutidos.

No relatório deste estudo a investigadora decidiu manter o anonimato dos participantes, que analisaram todas as transcrições utilizadas.

Os estudos de caso estão relatados nos capítulos seguintes, Capítulos IV e V.

Os Participantes

A estratégia mais apropriada de amostragem para uma investigação do tipo estudo de caso qualitativo, é a chamada amostragem não probabilística (Merriam, 1988). Foi adoptada a amostragem criterial, ou amostragem baseada em critérios, designação usada por Goetz e LeCompte (1984) e por Patton (1980), que requer que se estabeleça um critério, bases ou padrões para as unidades a serem incluídas no estudo. Esta forma de amostragem é baseada na suposição de que se queremos descobrir, compreender, obter conhecimento sobre determinado fenómeno, então devemos escolher uma amostra a partir da qual possamos apreender o máximo possível.

Seguindo esta metodologia, a investigadora procedeu à selecção de dois participantes tendo em conta o interesse em estudar duas pessoas com diversidade de pontos de vista. Para efectuar a selecção, a investigadora recorreu aos seguintes critérios: (1) aproveitamento dos participantes no ano anterior ao do início da investigação nas disciplinas da área da Matemática; (2) perfil destes alunos, traçado pelos seus professores, sobre o desempenho e aproveitamento em matemática nos anos anteriores ao do início da investigação; e (3) disponibilidade de cada um em participar neste estudo. Os alunos contactados mostraram de imediato interesse e boa vontade em participar neste estudo. Foram usados nomes fictícios. Caso 1 - o Rui considerado com nível Suficiente nas disciplinas da área da Matemática; Caso 2 - a Maria considerada com

nível Bom nas disciplinas da área da Matemática. Ambos pertenciam à mesma turma.

Cada um deles foi observado, durante a 1ª fase, na aula de Processos do Ensino e Aprendizagem da Matemática II, durante o módulo de Resolução de Problemas. Era uma turma bastante homogênea, em que a maior parte dos alunos eram considerados, pelos seus professores, como alunos acima da média, bastante interessados e participativos, mas bastante diferentes entre si. Durante a 2ª fase, foram observados cada um deles na sua escola respectiva. O Rui numa turma do 5º ano de uma Escola C+S localizada num meio rural, a cerca de 30 km de um centro urbano e a Maria numa turma do 5º ano de uma Escola C+S localizada numa cidade. Para o Rui, a sua turma era bastante homogênea e fraca, enquanto para a Maria a sua turma era heterogênea com uma variedade de alunos de níveis de desempenho diferentes.

Recolha de Dados

O estudo de caso, segundo Merriam (1988), não reivindica nenhum método particular de recolha de dados, embora algumas técnicas sejam mais usadas do que outras.

Yin (1989) refere que o investigador deve usar fontes de evidência múltipla, nomeadamente entrevistas e observações. Englobando também documentos, que incluem registos pessoais e artefactos (Merriam, 1988;

Yin, 1989). Merriam (1988) refere que o estudo de caso pode também incluir um questionário como meio de recolha de dados.

O exame das relações entre as concepções dos professores e as suas acções não é possível apenas através da utilização exclusiva de observações. Por outro lado, o uso exclusivo de entrevistas levanta alguns problemas: (1) durante as entrevistas os professores podem ter dificuldade em descrever e explicar as suas acções por possuírem vocabulário limitado ou por falta de consciência das suas acções; (2) na falta de situações específicas de referência, estes dados podem não ter sentido - reflectindo um modelo idealizado de comportamento mais do que o verdadeiro significado do comportamento do professor.

Para este estudo utilizaram-se os seguintes meios de recolha de dados: entrevistas, observações, artefactos, notas pessoais e gravações audio e/ou vídeo, que se especificam a seguir. A opção por parte da investigadora por diferentes fontes de informação sobre os participantes reside na intenção de proceder à triangulação dos dados com vista a aumentar a validade interna do estudo (Merriam, 1988; Patton, 1980). A investigação foi orientada através de guiões, elaborados com base nas questões do estudo, que foram utilizados durante as entrevistas e observações efectuadas.

Durante a 1ª fase, as aulas e as entrevistas foram audio e/ou vídeo gravadas como uma ajuda para a análise posterior dos dados. Notas e registos vídeo das aulas foram usados pela investigadora para gerar questões relevantes e tópicos de discussão para as entrevistas. As gravações serviram também como ajuda para o professor recordar as suas acções durante as aulas. Durante a 2ª fase, as entrevistas foram

audiogravadas e tomaram-se notas, enquanto que as aulas observadas apenas foram registadas em papel. Com base nestes dados, foram geradas questões relevantes e tópicos para discussão nas entrevistas.

Seguidamente descrevem-se e explicam-se cada uma das fontes de recolha de dados utilizadas.

Entrevistas

A finalidade das entrevistas é a de obter certo tipo de informações que não se podem observar directamente, como sejam sentimentos, pensamentos, intenções e factos passados e, além disso, tentar ver qual a perspectiva sobre determinado assunto do ponto de vista do entrevistado (Merriam, 1988).

A utilização de entrevistas é um método sugerido como apropriado para obter dados referentes às concepções e práticas dos alunos em resolução de problemas de matemática, pois não são entidades facilmente observáveis em si mesmas (Patton, 1980). Esta técnica de recolha de dados tem, entre outras vantagens, clarificar e ajudar a interpretar o sentido das opiniões dos entrevistados, bem como as suas atitudes e concepções. Quando utilizadas em conjugação com questionários e tarefas permitem a validação das respostas e contribuem para a sua melhor interpretação.

O conteúdo das entrevistas dizia respeito a questões de três níveis: (1) experiências em resolução de problemas de matemática; (2) opiniões sobre o ensino e a aprendizagem da resolução de problemas; e (3)

aspectos afectivos identificados durante experiências que envolvem problemas.

A primeira entrevista, que foi efectuada no início da 1ª fase do estudo, tratou-se de uma conversa informal, fundamentalmente para criar entre o entrevistado e o investigador um ambiente natural e descontraído, tendo sido utilizado para o efeito um Questionário (Anexo 1) com o qual se procurou recolher alguns elementos biográficos e outras informações. As entrevistas seguintes foram, de acordo com Yin (1989) de natureza semi-

-estruturada pois diminuiriam a dificuldade em organizar e analisar posteriormente os dados. As informações dos participantes acerca da resolução de problemas poderiam ser mais relevantes através deste tipo de entrevistas.

Durante a 1ª e a 2ª fases do estudo as entrevistas foram conduzidas com base num Guião (Anexo 2) uma vez que, segundo Patton (1980), as entrevistas devem dar um esquema ao entrevistado de modo a que este possa mais facilmente falar e revelar algumas das suas concepções. Cada Guião constava de uma lista de questões, sendo algumas do tipo aberto, para serem exploradas pelos participantes, e outras menos estruturadas para se obterem informações adicionais. Com base na informação obtida em cada uma das entrevistas e em notas da investigadora, elaborava-se o guião para a entrevista seguinte.

Durante as entrevistas da 1ª fase, os participantes tiveram de realizar cinco Tarefas (Anexo 3) por escrito, uma em cada uma das entrevistas, que não eram mais do que questões sobre tópicos relacionados com resolução de problemas. Desta forma pretendeu-se

obter informações acerca das concepções sobre resolução de problemas de matemática e do seu ensino, e indicadores da consistência dessas concepções. Estas tarefas foram também aplicadas na primeira e na penúltima entrevistas da 2ª fase do estudo. Estas tarefas foram baseadas em instrumentos utilizados por Thompson (1982) e por Kloosterman e Stage (1989).

Os participantes foram entrevistados individualmente, efectuando-se, na totalidade e a cada um, 10 entrevistas. Estas entrevistas foram todas audiogravadas, tendo-se tomado notas de algo relevante e que não tivesse sido gravado. Posteriormente foram transcritas e analisadas pela investigadora.

Observações

A observação é a melhor técnica de recolha de dados do indivíduo em actividade, em primeira mão, pois permite comparar aquilo que diz, ou que não diz, com aquilo que faz. Como não se pode registar tudo o que se observa, interessa focar os aspectos para os quais se pretende resposta ou clarificação. Por isso, todas as observações obedeceram a um Esquema Geral de Observação (Anexo 5).

Na 1ª fase desenvolveram-se dois guiões de observação. Um deles, o Guia de Observação do Aluno em Resolução de Problemas em Pequeno Grupo (Anexo 6) foi adaptado de uma ficha utilizada por Putt (1978) e tinha o objectivo de observar o comportamento do aluno perante um problema quando inserido em grupo. O outro, Guia de Observação do Aluno em Actividades de Resolução de Problemas (Anexo 7), foi

adaptado de uma ficha proposta por Charles et al. (1987) e serviu para complementar o guião anterior. Destinava-se a actividades do aluno em resolução de problemas sem estar inserido em grupo.

Os participantes foram observados na totalidade e a cada um, 14 observações. Durante estas observações tomaram-se notas de campo, em que se incluíam uma descrição do enquadramento, das pessoas, das actividades, da planta da sala, tomaram-se notas do que as pessoas iam dizendo, das suas reacções, "deixas", interpretações e hipóteses. Apenas se efectuaram gravações vídeo na 1ª fase.

Artefactos

Goetz & LeCompte (1984) utilizam este termo, artefacto, para designar todo o tipo de registos, escritos ou simbólicos, utilizados e realizados pelo sujeito e adiantam que este tipo de material providencia dados sobre os tópicos a que o investigador se dedica pois são manifestações materiais de convicções e de comportamentos. Os artefactos ajudarão o investigador a compreender e a descobrir "insights" relevantes para o problema em estudo preparando futuras questões. Exemplos de artefactos que serviram para este estudo foram testes de avaliação, fichas de trabalho, problemas, jogos, jornais e elementos de avaliação.

Notas

Em virtude da larga quantidade de dados utilizados na investigação foi necessário usar um esquema para os organizar e analisar. Para tal Schatzman e Strauss (citados em Thompson, 1982) sugerem um esquema

em que as notas do investigador estão separadas em três conjuntos: *notas observacionais*—são baseadas no que se observa e ouve; referem-se ao "quem", "o que", "quando", "onde" e "como" da situação observada e contêm pouca interpretação; *notas teóricas*—são baseadas no significado que o investigador atribui às notas observacionais, i.e., interpretações, inferências, hipóteses e conjecturas; e *notas metodológicas*—são afirmações que dizem respeito às acções do próprio investigador enquanto conduz o estudo, instruções para ele próprio, lembranças, críticas, etc.,.

A investigadora utilizou este tipo de notas nas duas fases do estudo, sobretudo na 2ª fase, quando observou os participantes já como professores.

Análise dos Dados

Depois de efectuada a recolha de dados iniciou-se a análise dos mesmos utilizando um método estritamente ligado com: (1) as questões que originaram este estudo e que foram desenhados no início do projecto; e (2) as perspectivas e interpretações que foram emergindo durante a recolha de dados (Patton, 1980).

Não há uma só maneira de organizar, analisar e interpretar os dados de natureza qualitativa, de uma investigação, pois esta vai depender muito de quem a escreve, da sua sensibilidade e capacidades (Patton, 1980; Merriam, 1988). Por isso a investigadora, depois de se

certificar que tinha todos os dados referentes às duas fases: (1) visionou os registos vídeo, donde destacou os aspectos que considerou mais salientes; e (2) organizou e simplificou todos os dados escritos, depois de transcritos, utilizando um Sistema de Categorias (Anexo 8) definidas a partir das questões do estudo e de leituras sucessivas dos diversos dados recolhidos. O sistema de categorias foi sendo subdividido conforme a natureza dos dados recolhidos para cada um dos dois casos. Esta análise foi efectuada segundo a proposta de Bardin (1977) e de Ludke e André (1986), começando por se efectuar uma primeira leitura dos dados, seguida de leituras mais profundas, que levou à sua codificação de acordo com as categorias definidas, seguidas de interpretação e discussão.

CAPÍTULO IV

RUI

O objectivo deste capítulo é apresentar e conhecer o participante no estudo designado por Rui enquanto aluno numa Escola de Formação Inicial de Professores e posteriormente como professor no seu primeiro ano de trabalho. Assim, começa por traçar-se o perfil e enquadramento do Rui nas duas fases do estudo evidenciando relações entre as suas concepções e práticas relativamente à resolução de problemas enquanto aluno e, depois, como professor.

A informação relativa a este capítulo é resultante do conteúdo das entrevistas, da análise das observações efectuadas, das notas da investigadora e dos artefactos utilizados.

O Rui-Aluno

Neste ponto apresenta-se o Rui enquanto aluno de um curso de formação inicial de professores do ensino básico, variante de Matemática e Ciências da Natureza.

Perfil e Enquadramento

Conhecer o Rui enquanto aluno, como decidiu ingressar numa escola de formação de professores, como se integrou na escola onde estuda e quais as suas relações com a matemática, a resolução de problemas e o seu ensino-aprendizagem, são questões a que se procurará dar resposta nos parágrafos seguintes.

A informação relativa a este ponto foi obtida a partir de duas entrevistas, do Questionário, da análise da observação de aulas efectuadas durante a leccionação do módulo de resolução de problemas da cadeira de Processos e Técnicas do Ensino Aprendizagem da Matemática II, das notas da investigadora e da opinião manifestada por alguns professores e colegas.

O Rui

O Rui tem vinte e sete anos e é solteiro. É alto, moreno, magro, de cabelo escuro e encaracolado. Costuma andar com calças de ganga ou um camuflado e com uma inseparável saca de ganga verde. Vive com os pais, que têm a 4ª classe, sendo a mãe doméstica e o pai funcionário de uma fábrica de papel. Tem uma irmã mais velha casada que é educadora de infância. O seu meio de locomoção habitual é uma bicicleta de "corredor" que ele utiliza para se deslocar sobretudo de casa para a escola.

Gosta de ler o jornal e não costuma ver televisão regularmente, mas, quando vê, prefere filmes e documentários científicos da televisão espanhola. Durante as férias costuma fazer trabalhos esporádicos na

fábrica onde o pai trabalha e serviços numa instituição com programas de tempos livres para jovens. Nos seus tempos livres gosta de passear ao ar livre, ir até à montanha ou à praia, conviver com os amigos e ler.

A vivência do Rui com a Matemática fora da escola, para além das horas de estudo necessárias às cadeiras que frequenta, reduz-se a leituras esporádicas de uma revista da Associação de Professores de Matemática. As secções predilectas das revistas especializadas de matemática, quando as lê, são a rubrica de História da Matemática e recursos para as aulas. Gosta também de resolver um problema de vez em quando.

O Rui é uma pessoa extremamente ocupada. Durante o ano lectivo, 1990/91, além de frequentar as aulas do 4º ano estagia simultaneamente em Ciências da Natureza e Matemática. Para além disso exerce as funções de Presidente da Associação de Estudantes da escola onde estuda. Contudo conseguiu arranjar tempo para colaborar neste estudo, o que reflecte uma das suas características: disponibilidade e vontade de participar em algo que lhe não é familiar.

Quando foi contactado para averiguar do seu interesse em participar neste estudo, prontamente se disponibilizou. Ao longo de quase dois anos de acompanhamento, esteve sempre disponível para todas as solicitações.

O Curso

No início deste estudo o Rui frequentava o 4º ano da variante de Matemática/Ciências da Natureza do ensino básico de uma Escola Superior de Educação (ESE). A Escola é um edifício novo e agradável com

largos espaços verdes em redor, com cerca de 400 alunos distribuídos por vários cursos do ensino básico, desde a Educação Física à Educação Musical passando pelo Português e a Educação Infantil.

O Rui não pertence àquele grupo de pessoas que algum dia tenham sonhado vir a ser professor.

"A razão principal que me levou a entrar para este curso foi não haver outro melhor no distrito (...) pois o nível em que estou interessado em dar aulas é no secundário"

Apesar deste desabafo, o Rui diz estar contente no curso que frequenta, mas o que gostava de leccionar no futuro era Química.

"(...) Vou concorrer para o preparatório mas o que eu pretendo fazer a nível de planos futuros a longo prazo, é concorrer outra vez à faculdade para tirar o curso de Química. O que não quer dizer que não goste de dar aulas no nível em que estou..."

O Rui sempre pensou ser engenheiro electrotécnico. Durante o ensino básico e secundário frequentou sempre a opção de Electrotecnia. Terminado o ensino secundário, candidata-se ao curso de Engenharia Electrotécnica da Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro. No final do primeiro ano chegou à conclusão que não queria ser engenheiro. É nessa altura que decide ingressar numa escola de formação de professores, vindo inesperadamente a descobrir que afinal até gostava de ser professor.

"Quando cheguei aqui descobri que gostava de ser professor e quis ser professor e neste momento pelos estágios e

todas as experiências que tenho tido e tudo o que quero é ser professor e adoro ser professor."

O Rui, os Colegas e os Professores

Na escola todos conhecem o Rui pois, apesar de ter um feitio um tanto ao quanto "esquisito", como ele diz, é um indivíduo de trato afável. No entanto, às vezes, é imprevisível nas atitudes que toma e é intransigente com certas coisas. Outra característica do Rui é o facto de estar sempre disposto a ajudar os outros. É o presidente da Associação de Estudantes desde o início do funcionamento da escola, tendo feito um interregno de um ano para prestar o serviço militar.

Tanto professores como colegas dizem que o Rui é muito dinâmico mas introvertido; é honesto, é trabalhador, mas é individualista. É respeitado pelos colegas e é alguém em quem os colegas podem confiar, como ele afirma.

"Aqueles pessoas que me conhecem (...) são capazes de me reconhecer como uma pessoa que trabalha e se interessa e que merece um bocado de confiança (...)"

Tem dificuldade em se integrar em grupo e é pouco comunicativo. No entanto, ele próprio reconhece que, apesar de preferir trabalhar sozinho, em determinadas situações o trabalho de grupo apresenta numerosas vantagens.

"(...) de facto, reconheço que determinado tipo de trabalhos a nível individual são muito fracos, uma pessoa tem uma ideia mas não tem com quem a discutir, daí às vezes é das discussões que saem ideias melhores."

A Sala de Aula

A turma do Rui, organizada quase sempre em grupos de trabalho, é caracterizada, pelos professores, como bastante homogénea, com a maioria dos alunos acima da média, mostrando bastante interesse e dinamismo.

O comportamento do Rui na sala de aula traduz, de facto, aquilo que as pessoas pensam dele. Uma das concepções do Rui sobre ele próprio é consistente com a actividade que desenvolve na sala de aula. É um aluno que gosta de trabalhar sozinho, que entra e sai das aulas, quase sempre só.

A sala de aula é bastante iluminada por duas janelas largas com mesas individuais, dispostas em U voltado para o quadro. A sua posição na sala é num dos extremos do U, sempre isolado. Integra-se num grupo quando a professora propõe trabalho em grupo. Mesmo assim, pertencendo a um grupo, trabalha sozinho, apenas falando quando solicitado por algum colega. Durante a exposição da professora, mantém-se atento, tomando notas, fazendo comentários, respondendo a questões levantadas pela professora e colocando questões, algumas das quais pertinentes.

No final das aulas foi-lhe perguntado o que pensou sobre o módulo de resolução de problemas:

"As aulas foram interessantes, algumas um pouco expositivas (...). Penso que esta matéria devia ter sido dada no início do ano, porque o trabalho é muito e estamos K.O! Este tipo de matéria é uma matéria que nós gostamos imenso, mas exige um empenho muito grande. Mesmo assim, acho que as aulas foram interessantes e pelo que pude apreciar, todos gostaram imenso."

De modo geral, pode dizer-se que o Rui considerou este módulo interessante, embora um tanto expositivo, acrescentando que nem ele nem a turma tiraram o proveito devido das aulas, dando como razão a proximidade do final do ano e a quantidade de trabalhos escolares que ainda tinham por terminar.

Como responsável pela Associação de Estudantes, também o é pelos computadores da biblioteca que o Projecto Minerva pôs à disposição dos alunos da escola, tarefa que ele supervisiona com bastante agrado pois é um dos "clientes" mais assíduos dos computadores, sobretudo para fazer os trabalhos das cadeiras, assim como cartazes, desdobráveis e ofícios no âmbito da Associação de Estudantes. As actividades extra-lectivas do Rui são desenvolvidas no âmbito da Associação de Estudantes e da gestão dos computadores na biblioteca.

As Concepções

Nesta secção descreve-se e analisa-se a relação que o Rui tem com a Matemática e, em particular, com a resolução de problemas, identificando algumas concepções por ele manifestadas. A informação obtida resultou das observações, das entrevistas, das Tarefas que o Rui realizou durante as entrevistas e das notas da investigadora.

A Matemática

Ao longo de toda a escolaridade obrigatória e ensino secundário, o Rui foi um aluno médio em Matemática. Já no curso de

Matemática/Ciências da Natureza, na ESE, passou alguns momentos difíceis, mas conseguiu ultrapassá-los, pois, apesar de nunca ter sido brilhante a Matemática, foi uma disciplina de que ele sempre gostou. De qualquer modo, ele acha que possui os conhecimentos de Matemática necessários para poder, com segurança, leccionar no 2º ciclo do ensino básico. Os tempos em que pensava vir a ser engenheiro electrotécnico parecem já ir longe e quando fala do futuro é com convicção de que vai ser um professor de Matemática dedicado. O seu interesse pelo associativismo levou-o a interessar-se pela Associação de Professores de Matemática (APM), tendo-se feito sócio. Teve oportunidade de participar num Encontro Nacional de Professores de Matemática, onde foi um dos colaboradores da organização local. Gostaria de participar noutros encontros, mas, para quem ainda não trabalha, é impensável, pois fica muito dispendioso.

A cadeira de Matemática de que mais gostou, no seu último ano escolar, foi Processos do Ensino e Aprendizagem da Matemática II, pois, como diz, aprende-se "uma matemática que não é teórica mas aplicada". Este entusiasmo leva-o a passar horas a elaborar materiais para o Laboratório de Matemática, sobretudo aqueles que lá ainda não existem. É um aluno muito interessado e participativo nesta disciplina.

Perante perguntas concretas, que foram feitas durante as entrevistas, mostrou certa dificuldade em responder, pois pela primeira vez teve de pensar e falar sobre Matemática, o que para ele era uma tarefa difícil. Levava mais tempo a responder e quando o fazia era através de respostas curtas e imprecisas.

Para o Rui há duas matemáticas, a matemática dos "cálculos" e a Geometria. A primeira é aquela matemática ligada à realização sobretudo de exercícios e que está mais associada à Aritmética e Álgebra, onde basta "praticar", e onde não se tem que pensar muito. A segunda, a Geometria, é para onde vai a sua preferência, é a matemática do "raciocínio", pois obriga a "ver" no plano ou no espaço e a pensar, exercitando o raciocínio. Depois há a Lógica, que ele acha que todos os alunos do ensino secundário deviam aprender, pois ensina-os a pensar. Quando se lhe pede para dizer o que há na Matemática que o atrai, tem certa dificuldade pois ele identifica-a com os conteúdos, ou melhor, com os conteúdos que são para ele mais interessantes, a Geometria e a Lógica, pois durante o seu percurso matemático, estes foram os conteúdos que aprendeu melhor e que ainda hoje gosta.

"A Geometria? Adoro Geometria(...). Uma coisa que também gosto é a Lógica. Acho que toda a gente devia aprender Lógica no Secundário porque a Lógica realmente obriga que uma pessoa fique a pensar "com lógica."

A importância da Matemática é vista pelo Rui segundo dois pontos de vista. Por um lado, pelo seu carácter prático, que reside na aplicação à resolução de problemas do dia-a-dia e, por outro, pelo seu carácter explicativo, sendo esta a característica da Matemática que o atrai mais, pois é o poder-se explicar várias coisas através da Matemática, muitas das quais nada têm a ver com a própria Matemática. Por outro lado, a Matemática é importante porque exercita o raciocínio.

"(...) uma coisa que me atrai na Matemática é que através da Matemática pode-se explicar várias coisas que muitas vezes

não tem nada a ver com a Matemática, pode-se resolver problemas do dia-a-dia que em princípio não têm nada a ver com a Matemática, mas se se pensar bem, através da Matemática podemos resolvê-los (...). Um problema específico na Anatomia [discoteca] durante a semana académica, que nós tivemos, foi a nível da organização das festas (...) [orçamento]. Para o resolver foi a matemática aplicada mesmo, foi isso um caso da vida real em que tivemos de usar a matemática..."

O Rui vê a Matemática como algo que está ao alcance de todos. Por isso é-lhe difícil aceitar que um aluno, que no ensino básico é bom aluno a Matemática passe a ser mau no secundário. Concorde que haja pessoas que não gostem de Matemática, apesar de achar que qualquer pessoa, à partida, tem condições para poder apreciá-la. Quando há alunos que sempre foram bons a Matemática e chegam ao secundário e deixam de o ser, ele atribui esse facto aos programas, quer em termos de conteúdos quer em termos de adequação ao nível etário dos alunos, e também aos professores, pois muitos não são dedicados e não gostam do trabalho que fazem.

"R (Rui) - (...) Não acredito que um aluno do ensino primário ou do preparatório que adora a Matemática e que tira sempre boas notas e que chegue ao ensino secundário e comece a tirar notas péssimas..."

I (Investigadora) - Então acha que a culpa é do professor?

R - Do professor ou dos programas, que geralmente não são adequados às idades, ou os programas ... e também acho que muitos professores que estão a dar aulas no secundário não tem nada a ver com a Matemática, e só estão lá para ganhar dinheiro."

Uma das características da Matemática para o Rui, é que pode ter tanto de aborrecida ("uma chatice", como ele diz) como algo de aliciante, tudo dependendo das situações.

"R - A matemática depende ... Por exemplo, se me perguntassem a seguir a uma aula de Análise Matemática de três horas como eu definia matemática, eu diria chatice e ... cansativa. Agora, tirando isso, acho que a matemática, enfim ... acho que sou um bocado suspeito, por ser da área, é interessante e, muitas vezes, até é, como é que eu hei-de dizer, apanha de tal maneira a pessoa, que uma pessoa embrenha-se naquilo e não consegue largar.

I - Portanto, acha que é interessante, é absorvente ...

R - Exacto, absorvente é a palavra correcta. Quer dizer, também não quero falar só de coisas positivas. Também tem aspectos negativos. Mas, geralmente, os aspectos negativos vêm agarrados ao estudo. No estudo somos obrigados..."

Mas, de modo geral, para ele, a Matemática é interessante e absorvente, prendendo-se os aspectos menos agradáveis com o estudo obrigatório de alguns conteúdos. Para ele a matemática "chata" está ligada ao aspecto teórico e sem aplicação imediata ao real, enquanto a matemática "absorvente, interessante," liga-se mais ao seu aspecto prático, mais "palpável", mais simples.

Assim, relativamente às concepções que o Rui foi manifestando sobre a Matemática, é de salientar por um lado a visão dualística que tem da matemática: a matemática-dos-cálculos e a matemática-do-raciocínio. Por outro lado, estas concepções sobre a matemática parecem residir em três características fundamentais: o seu carácter prático e explicativo, o ser para todos e o ser absorvente.

A Resolução de Problemas

O Rui gosta de resolver problemas, mas não se pode dizer que seja um entusiasta da resolução de problemas matemáticos. Não pertence àquele grupo de pessoas que se diverte a fazer problemas ou puzzles, mas sempre que se lhe depara uma oportunidade de fazer algum não hesita. É daqueles que vai até ao fim, é persistente, mesmo aqueles problemas que levam tempo ou apresentem grande dificuldade; só desiste quando vê que não tem mesmo nenhuma hipótese. Acha que sempre que se lhe depara um problema difícil à partida, se se esforçar suficientemente, é capaz de o resolver, na maioria das vezes. Sempre que os faz, prefere resolvê-los sozinho. Não costuma participar em concursos que envolvam resolução de problemas. Vai resolvendo aqueles que aparecem nas revistas ou jornais. No entanto, há problemas que ele gosta de resolver com bastante entusiasmo, que como não poderia deixar de ser, são os problemas ligados à Geometria.

"(...) já me aconteceu numa parte da matéria que é a da geometria que é uma matéria que eu gosto muito, dão logo os primeiros dados e a partir daí já tinha a resolução do problema feita, mas geralmente quando é dado um problema costumo ler o problema até mais que uma vez. A primeira vez, só para ler rapidamente e a segunda para retirar os dados e assim..."

Quando se perguntou ao Rui que palavras associava ao termo Problema, ele prontamente respondeu: "Matemática".

" Problema é geralmente a mesma coisa (que matemática), se for problema de matemática"

Identifica Problema com Matemática e quando se trata de problemas em Matemática então considera-os sinónimos. Os problemas são tão absorventes como o é a Matemática, podendo servir para dar conteúdos matemáticos "disfarçados", e também aprender-se matemática através deles.

"(...) há problemas que são extremamente absorventes. Uma pessoa não pára enquanto não os resolver (...). São coisas muito interessantes porque relacionam a matemática com coisas que disfarçam a matemática e as pessoas interessam-se por aquilo e são de tal maneira absorventes que as pessoas não largam enquanto não as resolvem."

Uma das outras características da resolução de problemas é que se todos podem aprender matemática, também podem resolver problemas, uns melhor outros pior, uma vez que identifica problema com matemática.

"Uns melhor outros pior mas qualquer pessoa pode resolver problemas. Claro que pode haver problemas mais complicados que nem toda a gente lá chegue. É como no xadrez. Há os que jogam muito bem e os que sabem mexer as peças e pronto."

Uma vez que a matemática, para o Rui, serve para resolver problemas do dia-a-dia, ele conseguiu dar um exemplo bastante concreto de uma situação que tinha vivido recentemente e que identificou com sendo uma situação problema. Resolveu-a utilizando os mesmos passos como de um problema de matemática se tratasse. Mas perante uma pergunta mais directa, que lhe foi feita no final das

entrevistas, sobre o que era para ele um problema e resolução de problemas, demorou algum tempo a responder. Este facto acontecia sempre que se lhe colocavam perguntas mais directas. Finalmente respondeu, dando uma definição que não contradiz o senso comum sobre o mesmo.

"(...) será uma situação em que os alunos vão ter de resolver sem recorrer a algoritmos que já conhecem, assim batidinhos, sendo matemática ou seja outra coisa e para mim isso é que é um problema(...). Resolução de problemas é uma estratégia de ensino e de aprendizagem em que se pede aos alunos que tentem resolver problemas sem recorrer a algoritmos conhecidos."

Uma das tarefas que foi pedida ao Rui para efectuar durante uma das entrevistas dizia respeito às características que a resolução de problemas apresenta. Algumas dessas características por ele apresentadas podem resumir-se no seguinte: é uma actividade desafiante e útil sem ser muito complicada e, de certo modo, gratificante.

Em conclusão, as concepções que o Rui manifestou sobre os problemas foi identificar estes com a Matemática, considerando-os tão absorventes como a Matemática, podendo ser um óptimo veículo para introduzir conteúdos matemáticos. Sobre a resolução de problemas considera que existe uma grande semelhança com o jogo de xadrez, há situações extremamente complicadas, só para grandes mestres, mas todos podem jogar xadrez.

O Ensino-aprendizagem da Resolução de Problemas

Para o Rui o grande objectivo da resolução de problemas no processo de ensino-aprendizagem é fazer com que os alunos resolvam problemas. Além disso, pode estimular o raciocínio, desenvolvendo processos que permitem resolver qualquer tipo de problema. A grande importância que ele dá à resolução de problemas é mesmo essa, a de ensinar a raciocinar, essencialmente proporcionando aos alunos oportunidades para aprenderem a raciocinar logicamente. Contudo, pensa que também desenvolve no indivíduo o espírito crítico que se vai desenvolvendo à medida que se vão resolvendo problemas. Espírito crítico este tão necessário ao aluno que tem que avaliar e escolher entre um leque enorme de opções que à partida possui quando inicia uma actividade de resolução de problemas. Além disto, a resolução de problemas também é um meio de tornar a matemática aliciante para os alunos, quando se lhes propõe problemas que vão de encontro aos seus interesses. Atribui também à resolução de problemas importância para consciencializar os alunos para uma abordagem sistemática e organizada dos problemas.

Uma questão que se associa desde já com o que foi dito anteriormente é se é possível ensinar a resolver problemas. Esta questão foi abordada pela professora do Rui durante uma das aulas observadas pela investigadora, sendo o Rui um dos que respondeu à questão. Defendeu que é possível ensinar a resolver problemas, pois existem sobretudo certas directrizes que se podem ensinar e que se podem adquirir resolvendo problemas. Para ele, ensinar a resolver problemas é ensinar a raciocinar, o que se adquire treinando.

"(...) Foi o que eu já disse na aula, não é que se ensine a ter directivas para resolver o problema, cada um tem o seu processo de pensamento. Agora, através de muitas situações problemáticas, problemas, criam-se hábitos de pensamento e organização que as pessoas vão criando, ensinando a raciocinar. Isso no fundo é ensinar a resolver os problemas."

Quando se falou sobre os programas de Matemática do ensino básico, a investigadora tentou indagar qual a sua interpretação, quando neles se sugere que se deve contemplar actividades de resolução de problemas nas aulas. Reforçando o que já se tinha vindo a falar, o Rui diz que a função da resolução de problemas é bivalente, por um lado ajuda a desenvolver o raciocínio e por outro ensina matemática, de um modo que pode ser lúdico.

"Isso pode ter duas funções: uma que é, como já falámos anteriormente, que é ajudar a desenvolver o raciocínio e outra que é ensinar matemática unicamente. Os problemas, se forem bem feitos, são jogos e os jogos chamam mais a atenção do aluno do que um exercício que apenas exige cálculos e operações."

Em relação aos programas antigos o Rui refere que apesar de não ser dada tanta ênfase à resolução de problemas, como nos novos, também se lhes faz referência. Pensa que os professores não a contemplavam por falta de tempo, uma vez que os programas eram extensos e resolver problemas leva tempo. Contudo acrescenta que, embora o tempo para cumprir os programas não fosse muito, não é desculpa para não se contemplar a resolução de problemas, pois sempre

haveria outras hipóteses de promover actividades de resolução de problemas, quer em jornais, clubes ou em trabalhos para casa.

Se tivesse oportunidade de desenvolver um currículo de matemática, incluiria a resolução de problemas em todos os conteúdos. É da opinião de que em qualquer conteúdo se podem explorar actividades de resolução de problemas e há conteúdos que se poderiam introduzir a partir de problemas, apesar de achar que a melhor maneira seria introduzir a própria resolução de problemas como um conteúdo. Acima de tudo acredita que poderia ser um bom meio de motivar os alunos. Quanto à hipótese de desenvolver um currículo todo ele a partir de problemas já tem as suas dúvidas, sobretudo porque há certos conteúdos que não consegue ver como se poderão introduzir baseando-se em problemas ou em situações problemáticas.

"Acho que [a resolução de problemas] devia estar incluída em todos os pontos do programa porque quase todas as matérias dão para meter a resolução de problemas. (...) Pode ser uma unidade estanque, para dar a estratégia de resolução de problemas, mas também deve estar relacionada a todas, aliás como quase todas as matérias da matemática não devem ser estanques porque senão não têm sentido."

Metodologia O Rui no 2º ano, durante a cadeira de Processos do Ensino Aprendizagem da Matemática I teve contacto com a resolução de problemas, mas através do método implícito. É um método de ensino no qual o professor utiliza de forma consistente e organizada estratégias específicas quando apresenta resoluções de problemas e quando ajuda os alunos a resolvê-los, mas não identifica essas estratégias abertamente nem promove qualquer reflexão acerca da escolha ou aplicação dessas

estratégias. No ano que decorreu a entrevista o Rui foi submetido a um ensino de resolução de problemas segundo o método explícito que, em relação ao anterior, identifica as estratégias utilizadas e promove uma reflexão acerca da escolha e utilização dessas estratégias, seguindo um modelo de ensino adaptado do modelo desenvolvido por Charles e Lester (1986). Perante estes dois métodos de ensino o Rui pensa que o método explícito é mais vantajoso do que o implícito; porque, do ponto de vista do resolvidor, estando este na posse do modelo e das estratégias poderá mais facilmente atacar o problema. Do ponto de vista do aluno, como futuro professor, fica a conhecer o processo de resolver o problema identificando as várias fases, o que lhe permitirá explicitar o conteúdo de uma forma mais fácil e organizada.

Tendo o Rui sido submetido a um ensino de resolução de problemas segundo o método explícito, é natural que se tenha falado sobre as estratégias que foram utilizadas e sobre a sua importância, uma vez que este método privilegia o ensino de estratégias. Como já se referiu ele concorda que o ensino de estratégias ajuda o resolvidor e não tira nada à "descoberta" do problema uma vez que muitas das estratégias que se utilizam são intuitivas, como por exemplo, a estratégia "tentativa e erro". De facto, para o Rui existem muitos problemas em que o que se faz é mesmo isso: tenta-se, experimenta-se e, se se erra, torna-se a tentar e assim sucessivamente. Ou então, a estratégia "procurar um problema semelhante", que é também o que normalmente se faz, tentando relacionar o problema novo com algum que já se tenha feito.

"A pessoa tenta. Se erra, volta a tentar (...). Acho que é natural o homem ter assim ideias para resolver. O problema

pode perder um pouco de interesse, se já resolvemos muitos problemas do mesmo estilo quando pegamos num é quase mecânico mas acho que isso também depende, o problema é que tem de ser de maneira a motivar a pessoa, mas agora, a nível da matemática, acho que não perde nada."

Fazendo a comparação da metodologia utilizada durante este ano com a do 2º ano, em que resolveu problemas pelo método implícito, ele confirma a utilidade das estratégias. pois pelo método anterior, tinham mais dificuldade em os resolver. No 2º ano era-lhes pedido para resolver um problema, sem recorrer aquilo que normalmente recorrem, a Álgebra, e sem mais nenhuma directriz. Segundo ele, nesse ano, foi uma "razia".

"Citando a experiência anterior, do segundo ano, da primeira vez que nos deram problemas aquilo foi uma razia - quase ninguém conseguia resolver (...)

Ao preferir o método explícito ao método implícito, o Rui está a privilegiar os processos envolvidos nas actividades de resolução de problemas. Contudo, o resultado também é importante, pois quando se coloca um problema é para descobrir a solução, sobretudo em problemas da vida real. Por outro lado, se se dão problemas para resolver aos alunos e nunca se chega ao resultado ou o resultado é um aspecto secundário na resolução, pode conduzir à desmotivação dos alunos.

"As duas coisas [processo e resultado] são importantes. Quando nós colocamos um problema, é para obter uma solução e para obter uma solução é preciso um processo. O processo é importante porque vai desenvolver o raciocínio e permite ver

se o aluno o desenvolveu ou não; o resultado mostra se o aluno consegue fazer aquilo ou não."

Para além dos métodos a utilizar no ensino da resolução de problemas há a questão dos requisitos. Muitos autores defendem que uma base de conhecimentos sólidos em matemática é um bom pré-requisito para se ter uma boa capacidade em resolução de problemas (Fernandes, 1989). Contudo, o Rui pensa que há pessoas que sabem muita matemática e não sabem resolver problemas do tipo que trabalhou nas aulas, que são problemas para serem resolvidos utilizando apenas processos pré-algébricos e que desenvolvem capacidades mais complexas e gerais de pensamento. A posição que ele toma é baseada no tipo de ensino que ainda se utiliza. Defende que saber, por exemplo, cálculo integral não vai desenvolver nenhuma das capacidades pretendidas e no entanto esta é uma matemática avançada.

"Acho que há pessoas que sabem muito de matemática e não sabem resolver problemas deste estilo. São capazes de fazer cálculos de integrais mas se lhes põem um problema destes à frente são capazes de não saberem resolver. (...) podem ter formação matemática, mas talvez não seja a mais correcta; aprenderam mecanicamente a matemática, podem ser muito bons calculadores mas a matemática não lhes abriu as portas correctas do cérebro ..."

O Rui pensa que a preparação matemática que teve no secundário e mesmo na ESE, é suficiente. Até "completa demais" para resolver este tipo de problemas pois estudam tópicos que não são precisos. Contudo, pensa estar mais bem preparado do que os restantes colegas, uma vez que durante o ensino secundário teve a disciplina de Geometria

Descritiva, que lhe desenvolveu capacidades para resolver certo tipo de problemas com mais sucesso, sobretudo os de Geometria.

"A preparação matemática desde o secundário é bastante completa e às vezes até completa demais; trata até de assuntos que nem são precisos para nada. Mas se se tiver uma preparação de matemática como a que eu tive no secundário ligada às engenharias acho que já se tem muitas bases para isso. Talvez não se tenha a mentalidade aberta para determinado tipo de matemática, digamos discreta, que não tem nada com a matemática formal, mas que se tenha as bases para isso, basta que se tenha a lógica de matemática do 10º ano, a trigonometria e outras coisas e já dá para ter uma ideia. Eu também tive uma ajuda, não foi só matemática, também tive Geometria Descritiva. Por exemplo, problemas de Geometria no Espaço, digamos que tenho maior facilidade com esse tipo de problemas do que as pessoas que não tiveram geometria. Aqui na turma descobri que muitos colegas tinham dificuldade em visualizar coisas no espaço (...)."

O Rui continua a privilegiar a importância da Geometria para a formação do indivíduo, assim como a Lógica.

Durante a observação de aulas sobre resolução de problemas, foi colocada, por parte do Rui, à sua professora, uma questão que foi, "se haveria problemas que poderiam fazer mal", a qual não foi clarificada. Na entrevista que se realizou a seguir a esta aula observada, foi-lhe pedido que esclarecesse a questão. Segundo ele, os problemas que "podem fazer mal" são de várias ordens. Há aqueles que apenas traduzem a aplicação de uma operação e que, fazendo muitos, o aluno rotula de "problemas-de-mais" ou "problemas-de-menos", e já sabe, por analogia, qual a operação a aplicar. Assim não existem problemas mas sim exercícios sobre as operações que estão camufladas por texto o que contribui para dissimular os cálculos numéricos.

"R - Os problemas que podem fazer mal são, como o exemplo que dei na sala, problemas em que,...., daquele estilo que aparecem na primária, em que o aluno praticamente tem de fazer, aplicar o algoritmo de uma divisão, ou de uma multiplicação, e nisso o miúdo está a criar simplesmente hábitos de cálculo.

I - E não acha que o cálculo é importante?

R - É importante, mas isso não é preciso fazer através de problemas. Eu acho que se o professor quer que o miúdo, o aluno faça, saiba trabalhar com a multiplicação, com a divisão, em vez de estar a saturar o miúdo com problemas que tem de se ler, tem de trabalhar com o português e não sei quantos mais, manda-o fazer contas em casa, manda-o fazer operações.

(...) Há problemas que podem (...) prejudicar ... de criar o hábito de que o aluno que começa a ler um problema, identifica ... por exemplo, associa um tipo de problema à resolução, à aplicação duma determinada operação. Ele aí fica com aquele hábito ... saturam-no com aquele tipo de problemas, ele chega lá e aplica a fórmula. Um certo dia, chega a um sítio qualquer e começa a ler um problema: "Ah, este problema é deste estilo". Pronto, já está. Aplicou a soma ..."

Depois há aqueles que podem dar ideias erradas ao aluno, quando pretendem traduzir falsas situações da vida real.

"Por exemplo (...) os alunos perguntam coisas do estilo, por exemplo, sei que se comeu 15% de um bolo e outro comeu 50% quanto é que sobrou do bolo? Toda a gente sabe que é impossível cortar 35% de um bolo. Não se sabe. E falam por exemplo, falar em 10 centésimos de um ananás, não tem sentido esse tipo de problemas. Só vai confundir o aluno. Ele vai fazer a operação só que não vai conseguir traduzi-la. O miúdo vai começar a pensar - como é que serão 10 centésimos de um ananás? Será um quadradinho de ananás?"

Muitos dos problemas que aprendeu, de modo geral, foram interessantes. Quanto aos problemas que lhes foram indicados como

adequados para o 2º ciclo ele pensa que muitos alunos poderão ter dificuldades, sobretudo por falta de tempo.

Acha que, no ensino da resolução de problemas, estes não devem só restringir-se aos conteúdos. Os problemas podem servir como aplicação dos conteúdos, mas mesmo não tendo nada a ver com estes, servem para alargar os conhecimentos dos alunos.

O factor tempo, na resolução de problemas, também foi abordado durante as entrevistas, e para o Rui tem uma importância relativa. Quer dizer que o tempo vai depender do problema que se está a resolver, mas de um modo geral influencia-o saber que à partida tem um determinado tempo para resolver um certo problema. Refere o caso, quando era aluno do 2º ano, em que teve que fazer um teste que constava de 8 problemas, para resolver num determinado período de tempo, e onde este influenciou a sua resolução pois aumentou a ansiedade em que ele e os colegas se encontravam. O tempo influencia, segundo ele, sobretudo em ambiente de aula. Se o mesmo problema for resolvido em casa, onde se encontra mais descontraído, talvez possa ser resolvido em menos tempo do que na aula.

Neste tipo de ensino de problemas, o Rui reconhece que o trabalho em grupo é vantajoso, apesar de pessoalmente não gostar, uma vez que os alunos inseridos em grupo discutem e da discussão gerada nasce muitas vezes a solução. Mas neste tipo de trabalho ele aponta como desvantagem o facto de nos grupos nem todos os elementos do grupo se empenharem do mesmo modo, ou porque não estão interessados ou porque não conseguem acompanhar o ritmo. Em relação ao trabalho individual, pensa que tem vantagens sobretudo no que diz respeito à

avaliação, pois quem resolve tem necessidade de averiguar se realmente compreendeu o que lhe foi ensinado e o professor também tem necessidade de avaliar se o aluno aprendeu o que lhe foi ensinado. Uma vez que, quer o trabalho individual quer o trabalho em grupo apresentam prós e contras, o Rui defende uma metodologia mista em que uma parte do trabalho é desenvolvido em grupo e outra individualmente.

Papel do professor e do aluno. O Rui pensa que um professor que queira ensinar resolução de problemas não tem que ser necessariamente um entusiasta da resolução de problemas, mas tem de gostar de resolver problemas. Quanto a ser um bom resolvidor de problemas também pensa que, para o nível do 2º ciclo, não é necessário que o seja, basta que saiba resolver os problemas que se propõe ensinar. O que é imprescindível é saber métodos, estratégias e tipos de problemas, pois o professor deve saber, em princípio, o que está a ensinar.

"Qualquer professor tem de saber o que é que está a ensinar. Isso é lógico, mas não é preciso ser doutorado em matemática para ensinar a resolver problemas."

Para o Rui, o papel do professor, no processo de ensino da resolução de problemas, deve ser sobretudo de um orientador dos alunos; tanto quanto possível o professor deve orientar os alunos na descoberta, levá-los a pensar, através do diálogo, não só em relação à resolução de problemas mas em relação a qualquer tópico da matemática e não apresentar apenas a matemática feita, isto é, não se limitar a dar definições e a apresentar a resolução dos problemas. O

professor, neste processo, deve abster-se ao máximo de dar pistas ou sugerir alguma estratégia de resolução, esforçando-se por tornar o ensino claro, lógico e preciso. Pensa também que é de interesse discutir as várias estratégias de resolução que um problema pode apresentar.

Durante o módulo de resolução de problemas o Rui não teve dificuldades, apesar de, em certas ocasiões, ter alguma dificuldade em acompanhar o ritmo da aula que, por vezes, era um pouco acelerado. Sentiu apenas dificuldade em resolver um dos problemas que lhe foram propostos, apesar de não se considerar um bom resolvidor de problemas, ou seja, não ser indivíduo que "resolva de imediato, qualquer problema que se me ponha à frente". De qualquer modo pensa que a maioria das pessoas pode resolver problemas, embora reconheça que há problemas bastante complicados que só alguns conseguem solucionar. Segundo o Rui, para que um indivíduo seja bom resolvidor de problemas, não basta que conheça todas as estratégias pois isso não chega, é necessário raciocinar e relacionar os conhecimentos.

Durante as observações, foi possível constatar que o Rui, mesmo inserido num grupo, trabalhou sozinho. Selecionou as estratégias apropriadas para a resolução dos problemas que lhe foram propostos, implementando-as com certa segurança e chegando com êxito à solução. Não precisou do auxílio quer do professor quer dos colegas. Pelo contrário, foi solicitado para tirar algumas dúvidas aos colegas.

O Rui no fim deste módulo sente-se mais à vontade a resolver problemas, pois foi-lhe ensinado, por um lado, como se resolvem problemas e, por outro, como se deve ensinar a resolver problemas. Não só aprendeu a resolver problemas, como a conhecer e analisar

estratégias, o que contribuiu, na sua opinião, para que também desenvolvesse um certo espírito crítico.

Avaliação. No processo de ensino-aprendizagem tem que falar-se de avaliação, apesar de ser um assunto que actualmente está em transformação. O Rui pensa que a avaliação, além de necessária, também, serve para que o aluno se consciencialize sobre o que na verdade sabe. O processo de avaliação é que é mais complicado de pôr em prática. No entanto, pensa que a avaliação sobre resolução de problemas por testes não é a mais adequada, uma vez que o factor tempo condiciona ao nível da ansiedade o sucesso do aluno.

Comparando a avaliação que teve no módulo de resolução de problemas no 2º ano com a actual, preferiu esta, apesar de não ser a ideal. No 2º ano a avaliação em resolução de problemas resumiu-se apenas a um teste escrito, só com problemas para resolver, enquanto este ano teve também um teste escrito, mas sobre vários tópicos incluindo apenas um problema para resolver. Pensa que o processo de avaliação mais adequado seria aquele em que se pudesse avaliar os alunos nas aulas, durante a execução de problemas, através de observação directa. Os testes escritos aparecem como necessidade, pois é difícil a um professor avaliar turmas com bastantes alunos só pela observação.

"O teste escrito, acho que não é essencial, mas é necessário porque só a observação ... Deve ser muito difícil de arranjar turmas abaixo de 20 alunos e estar a observar uma turma de mais de 20 alunos, não se consegue apanhar tudo e o teste escrito vai ajudar a verificar o que cada um sabe, apesar de eu não concordar muito com os testes escritos. O aluno decora para o teste e no dia seguinte já não sabe o que é que ..."

Quanto a processos alternativos de avaliação o Rui não foi capaz de adiantar mais nenhum. Quando a investigadora sugeriu outras técnicas de recolha de informação como, por exemplo, os relatórios e as entrevistas, o Rui pensa que estas apresentam os mesmos problemas das observações, devido à dimensão das turmas. Quanto aos relatórios pensa poder ser uma boa estratégia desde que seja individual e não feito em casa.

No processo de avaliação sobre resolução de problemas, qualquer que seja a técnica utilizada, o Rui pensa que o mais relevante a ser avaliado, não é o ter ou não descoberto a solução, mas sim averiguar se o aluno tira as informações necessárias do enunciado para poder resolver o problema e conhece estratégias adequadas para a sua resolução.

"R - Avaliar a resolução de problemas acho que tem de ser mesmo durante as aulas, quando os alunos estão a resolver e sabem o que estão a fazer. E no fim de dar a resolução de problemas dão-se diversos problemas para eles resolverem na aula, não propriamente um teste, para ver se eles entenderam ou não o que se tinha feito até ali. Num teste formal o aluno tem tendência a decorar o tipo de resolução de problemas.

I - Então quais são os aspectos que acha mais relevantes a serem avaliados na resolução de problemas ? É chegar à solução... ?

R - Não é propriamente chegar à solução, às vezes até se chega à solução por acidente. É saber, conhecer as estratégias, saber avaliar, tirar informações. Conhecer a estratégia ou tentar pelo menos descobrir a estratégia."

Além disso, para o Rui, é importante também avaliar até que ponto o aluno ouve e discute as estratégias apresentadas, procura métodos alternativos à resolução e aborda um problema de um modo sistemático.

— O ensino no futuro. A importância da resolução de problemas para a formação de um futuro professor reside sobretudo na preparação em questões metodológicas e na consciencialização da importância para o ensino deste tópico, não só porque faz parte dos novos programas, mas particularmente pela importância que tem para o desenvolvimento do raciocínio do indivíduo.

O Rui manifestou durante as entrevistas, por várias vezes, interesse e vontade em contemplar a resolução de problemas futuramente como professor. Se tiver condições para o fazer, pensa utilizar um processo de ensino idêntico àquele que aprendeu e dar problemas ligados ou não com os conteúdos, utilizando muitos dos que aprendeu.

"[em relação ao método de ensino de resolução de problemas que aprendeu]. Acho que tem de ser semelhante. Neste momento nem sequer estou a ver outro diferente..."

No entanto aponta já algumas dificuldades que poderá vir a encontrar. Afirma que quando estiver a leccionar estará inserido num grupo que terá normas específicas para serem seguidas por todos os elementos, o que poderá condicionar à partida o tempo disponível da aula para resolver problemas, uma vez que tem de contemplar o programa estipulado. Especificamente para o primeiro ano de leccionação, põe algumas reticências em utilizar um ensino de resolução de problemas baseado no método que aprendeu, pois pensa que é um ano de adaptação à escola, aos alunos e aos conteúdos. No entanto, pensa utilizar os problemas como um dos aspectos lúdicos da matemática, "(...)"

por mais que não seja resolver um problema para desanuviar". Se a escola tiver clubes, poderá fomentar a resolução de problemas e também fazer concursos entre escolas ou turmas.

O Rui pensa que o ensino da resolução de problemas não vai ser uma tarefa difícil, porque os problemas, sobretudo aqueles que não estão ligados com os conteúdos, do tipo que aprendeu durante as aulas, costumam atrair os alunos. Assim a motivação surge naturalmente pela natureza dos problemas, o que será uma vantagem, pois a motivação já está feita, que é o que normalmente é mais difícil de fazer em qualquer tópico matemático.

Quanto ao tipo de avaliação a utilizar, se ensinar resolução de problemas, sugere os testes e observações, pelas razões já apontadas.

O Rui considera que tem os conhecimentos necessários para, pelo menos, começar a ensinar resolução de problemas e sobretudo manifesta vontade de o fazer.

" (...) Acho que tenho os conhecimentos necessários e a vontade para vir a ensinar isso. Acho que isto mostra um bocado de confiança, agora sem experimentar..."

Em síntese, as concepções que o Rui manifestou em relação ao ensino-aprendizagem da resolução de problemas foram principalmente: (a) para ensinar a resolver problemas, não é preciso ser um grande matemático; (b) é um ensino que não apresenta dificuldades de maior; e (c) é um grande trunfo dos professores pois é motivante para os alunos. Privilegia um ensino através do método explícito, contemplando quer o trabalho individual quer o de grupo, desenvolvendo nos alunos o

raciocínio e o espírito crítico sendo o professor um orientador de actividades. Quanto à sua experiência como aluno, não sentiu dificuldade na aprendizagem e melhorou a resolver problemas.

Da análise da descrição efectuada podemos constatar que à partida o Rui tem todas as condições para poder implementar com sucesso um ensino de resolução de problemas de matemática, uma vez que está confiante e possui os conhecimentos necessários para o fazer. Além disso, apresenta uma visão do ensino da resolução de problemas que, para uma pessoa recém-formada, vai de encontro a algumas das directrizes do que deve ser o seu ensino: ensinar de uma forma lúdica e contribuir para o desenvolvimento do raciocínio e do espírito crítico do aluno, sendo este elemento participativo na sua aprendizagem. Utilizando um método explícito de ensino de resolução de problemas, contribuirá para que o aluno identifique o problema, seleccione e interprete informação necessária à resolução do problema, seleccione estratégias adequadas de resolução, e interprete e critique os resultados obtidos.

O Rui-Professor

Neste ponto pretende-se dar a conhecer a escola e a prática do Rui sobre resolução de problemas e analisar e contrastar relações entre as concepções e as práticas do Rui em resolução de problemas enquanto professor numa escola C+S.

Perfil e Enquadramento

A informação relativa a esta secção foi obtida a partir das entrevistas efectuadas ao longo de um ano lectivo e das notas da investigadora.

A Escola

A escola onde o Rui iniciou a sua actividade como professor profissionalizado de Matemática e Ciências da Natureza, é uma escola C+S localizada numa pequena localidade, a cerca de 30 Km da cidade onde reside. A escola insere-se num meio rural, sem grandes recursos económicos, com uma grande parte da população no limiar da pobreza. Apesar de servir um leque bastante grande de aldeias que vivem fundamentalmente da agricultura, existem também pequenas fábricas de confecções, que ora estão abertas ora fechadas, o que leva a população a ter de se socorrer de outros meios de subsistência quando as fábricas fecham. Por isso a população divide-se entre a agricultura e o emprego nas fábricas.

A escola encontra-se no centro da localidade, muito perto do largo onde se faz a feira semanal, num local bastante calmo, onde os únicos ruídos, fora das horas de intervalo, são os escassos carros que passam e todos aqueles pequenos ruídos que caracterizam um meio campestre. O edifício da escola, que tem apenas dois anos, é bastante agradável.

Os Alunos

Os alunos desta escola têm as características resultantes do meio rural em que vivem. Oriundos de um meio pobre, muitos dos alunos têm

problemas de saúde relacionados com alcoolismo, que é bastante elevado nesta zona. Muitas das crianças pertencem a famílias com problemas de álcool que, em muitos casos, é um problema hereditário. Isto vai-se traduzir numa enorme falta de interesse pelo meio escolar, e, consequentemente, no insucesso generalizado. Nestas condições, a população estudantil tem idades acima da média para alunos deste nível escolar. Muitos dos alunos estão revoltados por serem obrigados a frequentar uma escola que não estão minimamente motivados para frequentar, sabendo que lá fora há um mercado de trabalho que lhes interessa mais. Estes alunos não são a maioria, mas o seu comportamento vai influenciar os restantes alunos, provocando uma desmotivação generalizada. Apesar de aparecerem alguns alunos que demonstram um certo interesse durante as aulas, no início do ano são rapidamente absorvidos pelos restantes, uma vez que o professor dificilmente os poderá acompanhar, pois são uma minoria numa turma em que a maioria dos alunos tem problemas no aproveitamento. O aproveitamento é "péssimo", como o classifica o Rui. Apesar de não ser director de turma, sabe que os encarregados de educação aparecem poucas vezes, e quando aparecem foram solicitados pelos directores de turma.

Pessoal Docente e Discente

A escola é caracterizada por um corpo docente bastante jovem e que muda todos os anos excepto uma professora que é efectiva e residente na localidade. Professores de nomeação definitiva são apenas dois, os restantes estão de passagem, na sua maioria são professores

provisórios. Por falta de professores com habilitação, a maioria são professores que possuem como habilitações máximas o 11º ou o 12º anos. Como esta escola fica próxima de uma ESE, nos últimos dois anos muitos ex-alunos têm passado por ela, o que eleva o nível da habilitação dos professores, mas sempre de uma forma bastante precária e efémera.

Durante este ano, para além de cinco professores que residem nos arredores, num raio até 15 km, os restantes distribuem-se por localidades que distam 30 km a 60 km da escola. Esta situação, segundo o Rui, vai traduzir-se também numa desmotivação por parte dos professores, pois muitos deles têm que se levantar todos os dias às seis da manhã e fazer, em média, 50 km.

O pessoal auxiliar é reduzido e de idade avançada, tendo por isso certa dificuldade em participar activamente no apoio aos alunos.

Dinâmica da Escola

A escola, apesar das características da sua população acima referidas, tem um conselho pedagógico receptivo a todo o tipo de actividades que lhe sejam propostas, aderindo, por exemplo, a todas as iniciativas que o ministério lança, com grande participação por parte dos alunos. Durante este ano publicou o primeiro número de um jornal, com a colaboração quer de professores quer de alunos, tendo sido o Rui um desses colaboradores com um artigo sobre a matemática lúdica, onde apresentou alguns problemas para resolver. Este ano esta escola foi uma das que foi integrada no Projecto Minerva, sendo contemplada com uma sala com quatro computadores e uma impressora e com três professores colaboradores, sendo o Rui um deles. A sala está

normalmente sempre ocupada, tendo os alunos interessados que aguardar a sua vez para aprender um pouco de LOGO.

O Grupo

O Rui caracteriza o seu grupo como sendo bastante heterogéneo. São apenas dois professores profissionalizados em matemática, o Rui e um engenheiro electrotécnico. Depois há mais dois professores provisórios, uma professora primária que veio destacada da telescola e uma nutricionista que está a fazer estágio pela Universidade Aberta. Em experiência de ensino todos dão aulas há pelo menos cinco anos, excepto o Rui. O ambiente entre eles é bom, mas o Rui tem pouco contacto com todos eles, pois estão distribuídos por anos e disciplinas diferentes e trabalham em turnos distintos. O delegado de grupo é o outro professor profissionalizado além do Rui. O Rui considera os colegas como professores interessados no ensino. Reuniões de grupo não fazem muitas, como ele diz "(...) como somos quatro, costumamos resolver os problemas no corredor". As suas preocupações parecem limitar-se a cumprir o programa estabelecido. Com este panorama não é possível fazer planificações conjuntas nem seguir qualquer tipo de projecto. Seguem uma planificação anual apenas, feita pelo delegado no ano anterior. Cada um fazia o que entendesse e como quisesse desde que chegasse ao ponto do programa que constava dessa planificação anual.

"(...) decidimos mais ou menos o que queríamos dar, a ordem dos conteúdos, e decidimos isso mais ou menos conforme fomos entrando nos conteúdos, adaptamos o plano que o delegado nos deu, claro que o delegado não diz—Isto é para seguir e acabou—, temos a liberdade para usarmos aquilo como quisermos (...)."

Para além de uma reunião que tiveram no início do ano, para a planificação anual, todas as outras questões, quando as havia, eram resolvidas no corredor.

O Rui

A formação que o Rui obteve na ESE, está vocacionada, nos três primeiros anos, para o 1º ciclo do ensino básico, acompanhada com cadeiras específicas da variante de Matemática/Ciências da Natureza. O último ano do curso é totalmente dedicado ao 2º ciclo do ensino básico. Por isso a experiência de ensino do Rui resume-se ao período de estágio efectuado em escolas cooperantes da ESE. Durante os 3 primeiros anos do curso, em escolas do 1º ciclo e no último ano numa escola C+S. Teve também algum contacto, embora esporádico, com o ensino da Química através de explicações que dava.

O Rui ficou com um horário só de manhã, 3 turmas de Matemática do 5º ano e 2 turmas de Ciências da Natureza. Por isso ele pertence ao grupo de professores que tinha de se levantar às seis horas da manhã, cinco dias por semana. Fala da escola com um certo apreço, só lamentando que se encontre tão longe da sua casa. O seu gosto pela informática levou-o a ser um dos responsáveis pela sala dos computadores, onde ia introduzindo os alunos nos comandos básicos do LOGO e onde desenvolvia alguns dos materiais que precisava para as aulas, tais como os testes de avaliação.

O Rui sente-se bem preparado para ser professor a nível da componente específica, pois considera que a formação que teve na ESE

foi suficiente. Contudo, em relação à componente profissional, isto é, em relação à sua inserção profissional na escola, já teve bastantes dificuldades, pois foi encontrar muito mais trabalho do que aquele que esperava.

A Turma

As observações efectuadas ao longo do ano, incidiram numa mesma turma do 5º ano de escolaridade.

As aulas que foram observadas realizaram-se sempre na mesma sala, que era bastante iluminada e localizada no 1º andar do edifício. Não era muito grande e o espaço disponível era pouco, pois além do quadro e de um armário num dos cantos da sala o restante espaço era ocupado pelas mesas e cadeiras que estavam dispostas em U. No "interior" do U ainda tinha mais três linhas de cadeiras viradas para o quadro.

A turma do Rui é mista, com vinte e oito alunos. O nível sócio-económico dos alunos é bastante abaixo da média, com alguns alunos de aspecto bastante humilde oriundos de um meio sócio-económico rural e fabril, com todas as características já descritas atrás. A turma é bastante heterogénea, com alunos recém-chegados do 1º ciclo, com alunos repetentes e outros ainda supletivos. Esta heterogeneidade vai traduzir-se tanto no fraco rendimento e aproveitamento dos alunos como no seu comportamento, apesar de o Rui referir que esta é, das três turmas de matemática em que lecciona, a que tem melhor aproveitamento ligeiramente abaixo dos 50%. Os alunos são turbulentos como é normal em miúdos desta idade, mas existem seis elementos que perturbam por completo as aulas. O que é estranho é que em vez de o comportamento

ter melhorado ao longo do ano, foi-se tornando cada vez pior. Facto que se constatou, pois o Rui caracterizava a turma como uma turma com elementos que se portam bem e outros não, mas de maneira geral considerava-a sem problemas. De modo geral, o Rui sente os alunos constantemente desmotivados ou porque têm aula de matemática a seguir a Educação Física ou porque é a última aula da manhã, ou por qualquer outra razão que ele não identificou.

"(...) mas nota-se que estão muito desmotivados, ou porque é depois de educação física ou porque é a última aula. Por exemplo, à quarta-feira tenho a última aula com eles e querem sair sempre mais cedo para ir para a camioneta. Essas aulas são aulas especiais que uma pessoa não pode contar com o comportamento. Mas mesmo tirando essas há sempre uns alunos que se portam bem e os que se portam mal. No geral a turma não se porta mal tem é casos especiais que uma pessoa tem de estar sempre em cima deles."

O Rui e o Ensino da Resolução de Problemas

Nesta secção pretendem-se conhecer as principais concepções que o Rui explicita sobre o ensino da resolução de problemas e o tipo de ensino por ele dado. Faz-se também referência a três aulas observadas que se julga serem importantes para compreender a sua prática lectiva, nomeadamente em resolução de problemas.

A informação relativa a esta secção provém das entrevistas, das doze observações efectuadas ao longo de um ano lectivo numa turma do 5º ano de escolaridade e das notas da investigadora.

Concepções

A resolução de problemas. Durante a primeira entrevista com o Rui como professor evitou-se fazer referência às aulas que já tinham sido observadas; falou-se genericamente sobre a resolução de problemas.

O Rui continua a achar que é importante a resolução de problemas, não só para os alunos como para ele, professor. Para a sua função de professor foi importante, pois ajudou-o a enfrentar a leccionação de aulas. Para o aluno pensa ser também importante sobretudo porque lhe permite desenvolver o raciocínio e a motivação.

"(...) não é só a de ser motivadora também é capaz de estar a desenvolver certas capacidades que de outro modo não desenvolvem, nomeadamente o raciocínio matemático (...)."

A interpretação que o Rui faz dos programas em relação à resolução de problemas, está intimamente associada à posição que ele defende sobre a sua importância no processo de ensino-aprendizagem. Isto é, considera que os programas pretendem por um lado, aumentar a motivação dos alunos e, por outro, o desenvolvimento do raciocínio. Se o Rui tivesse a possibilidade de fazer um programa de matemática introduziria dois módulos de resolução de problemas: um independente de qualquer conteúdo e o outro envolvendo especificamente os conteúdos matemáticos.

Metodologia. Durante as entrevistas, uma vez que o grupo de Matemática não reunia para planificar em conjunto, tentou saber-se se o Rui preparava as suas aulas e se fazia planificações. O Rui trabalha sozinho e, para além da planificação anual, não tem tempo para fazer

planificações de aula, apenas as prepara no dia anterior, mentalmente, como ele diz.

"O grupo de matemática costuma fazer. Eu ando a tentar fazer planificações, mas devido à carga que tenho lá na escola ainda não tive tempo de o fazer, porque tenho 22 horas... (...) Eu preparo as aulas antes de elas começarem e não é no minuto anterior, preparo nem que seja mentalmente no dia anterior."

Quanto a contemplar a resolução de problemas nas suas planificações "mentais", é mais complicado, pois o Rui, apesar de continuar a afirmar que é importante a resolução de problemas pelas razões já apontadas, não a tem contemplado, dentro da perspectiva que aceitou enquanto aluno.

Pensando nos alunos que tem, acha que é importante o ensino de resolução de problemas utilizando o método explícito, isto é, especificando as estratégias que se podem utilizar, pois os alunos são tão fracos que, se não tiverem uma orientação, dificilmente conseguem agarrar o problema. Justifica que não o tem feito porque é preciso que os problemas estejam ligados aos conteúdos, o que nem sempre é fácil, pois a maior parte das matérias que até à data tem ensinado não se adequam. Colocar um problema que nada tem a ver com os conteúdos que se estão a dar é uma perda de tempo pois, à partida, os alunos sentem-se desmotivados porque não sabem por onde começar. Os problemas devem ser diferentes daqueles que já conhecem de modo a cativá-los. Pode-se modificar alguns ou pedir aos alunos que inventem os problemas.

O Rui refere explicitamente que depois de ter dado as operações com conjuntos, reunião e intersecção, deu-lhes alguns problemas relacionados com esses conteúdos e que eles gostaram muito, utilizando a seguinte metodologia:

"(...) Achei que era uma coisa diferente [introduzir problemas] para os miúdos e acho que alguns até gostaram por ser uma coisa diferente cativou-os. Conseguiram identificar as operações e utilizá-las correctamente. Introduzi-os [os problemas] depois de dar a matéria, e claro que tinham a ver com os conteúdos (...). Inicialmente foram apresentados alguns problemas para os alunos resolverem, deixando-os responder espontaneamente. Alguns deles conseguiram pois, a maior parte dos problemas, eram simples. Depois disso, ou mandava um aluno ao quadro e se a resolução estivesse correcta, explicava-a aos colegas. O que acontecia na maior parte das vezes era que era eu que tinha de explicar o que eles deviam fazer. Eu explicava no quadro e seguidamente dava diversos tipos de problemas similares aos que tinham sido resolvidos para eles resolverem. No fim dava 2 ou 3 problemas mais difíceis para ver se eles conseguiam fazer a transferência da resolução de um problema para a resolução de outro problema."

O problema seguinte é um exemplo de um dos problemas que o Rui apresentou aos seus alunos." Descobre como é formado o conjunto X e escreve-o, sabendo que: $A = \{ 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10 \}$; $B = \{ 1,3,5,7 \}$; $X \subset A$; $X \not\subset B$; $X \cup B = A$ "

Em relação ao tipo de problemas que aprendeu na ESE, não deu nenhum parecido, nem pensa dar durante este primeiro ano, mas colocou alguns no jornal da escola, que saiu no fim do ano lectivo.

Quando abordar actividades de resolução de problemas pensa modificar a metodologia sobre o ensino da resolução de problemas que lhe foi ensinado, embora se baseie na que aprendeu; sobretudo porque

as condições são diferentes. Enquanto que na ESE a sua turma tinha 15 alunos, as suas turmas presentemente têm perto de 30 alunos o que faz com que o trabalho de grupo seja impraticável. Por isso tem apostado no trabalho individual. Contudo, se tiver condições, irá procurar utilizar uma metodologia de trabalho mista, uma parte do trabalho em grupo e outra individual.

Papel do professor e do aluno. Em relação ao papel do professor e dos alunos no processo de ensino e aprendizagem não o aborda espontaneamente. Quando lhe foi sugerido que falasse um pouco sobre o assunto começou por se referir ao papel do professor, que é um pouco complicado e que sentiu alguma dificuldade, sobretudo no início da actividade, pois ensinar a resolver problemas pode ser fácil ou difícil conforme os alunos que se têm. Não só pelos alunos em si, mas pelo número de alunos por turma. Apesar de todas as dificuldades o Rui continua a pensar que se ensina a resolver problemas, pois mesmo sem ter abordado de uma forma sistemática a resolução de problemas, conseguiu que os seus alunos resolvessem problemas. De qualquer modo pensa que o professor não tem que ter nenhuma característica específica para poder ensinar resolução de problemas, basta ter formação nesse campo e gostar de desenvolver essa actividade com os alunos. Em relação à formação reforça que é bastante importante, referindo até um episódio que se passou num dos seus encontros com os colegas, em que fez referência à resolução de problemas e ao ensino de estratégias e nenhum dos colegas sabia do que se tratava. A interpretação que davam ao tema era do tipo tradicional.

Em relação aos alunos, ele pensa que também é difícil para os alunos aprenderem a resolver problemas, tendo a maior parte dificuldades sobretudo na sua compreensão. Apesar de, segundo ele, ter alguns que conseguiam resolver mais facilmente. Em relação a esta questão procurou-se que identificasse alguma característica no aluno que contribuisse para essa maior facilidade na resolução de um problema. Identificou o interesse como sendo a principal, pois um aluno com interesse ataca qualquer problema de qualquer tópico da matemática, mesmo que à partida não vislumbre nenhuma solução, enquanto que o aluno desinteressado não consegue fazer nada. Além do interesse, o raciocinar sistematicamente também ajuda muito a resolver um problema. O saber muita matemática não é mais importante do que as características apontadas atrás.

Avaliação. Durante a avaliação dos seus alunos o Rui introduziu, nos testes escritos, problemas que avaliou tendo em conta, por um lado, a solução encontrada e, por outro lado, os procedimentos utilizados. Os problemas que utilizou estavam relacionados com os conjuntos e resolução de equações. Esta, contudo, não é a solução ideal. Quando tiver condições pensa avaliá-los não apenas pelos testes, mas por observação, apesar de ser difícil com o número de alunos que tem. A alternativa que vê é pôr os alunos a trabalhar com fichas de trabalho e ir vendo o progresso do aluno através dessas fichas.

Em síntese, pode-se concluir que as concepções que o Rui manifesta espontaneamente em relação à resolução de problemas têm muito a ver com a importância que ele lhe confere. A importância da resolução de problemas para ele como professor, além de o ter

preparado para abordar essa actividade preparou-o igualmente para ser professor em geral. Por outro lado, em relação aos alunos, pensa que permite desenvolver neles o raciocínio, prepará-los para resolver qualquer tipo de problema, de matemática ou não, e ser um bom meio de os motivar. No entanto confirma que se trata de uma actividade difícil quer para o professor quer para o aluno. Sem deixar de referir as características que o professor deve ter-formação em resolução de problemas e gosto por resolver problemas- a dificuldade maior do professor reside sobretudo no tipo de alunos que terá e na dimensão da turma. A dificuldade dos alunos reside sobretudo na compreensão do problema, afirmando que uma das características que os alunos devem ter para serem bem sucedidos, é o interesse e o raciocínio sistemático, enquanto que o saber muita matemática não é determinante. Segundo ele, abordou a resolução de problemas, utilizando sempre que possível problemas relacionados com os conteúdos, de uma forma que não foi sistemática, sem utilizar o método explícito nem o trabalho de grupo, apesar de ver vantagens nesta metodologia. Não usou esta metodologia devido a três condicionantes: turmas grandes, ter um programa para cumprir e a maior parte das matérias não se proporcionar à actividade de resolução de problemas.

Da análise do que foi descrito, parece que o Rui vive uma certa contradição, porque, por um lado, dá extrema importância à resolução de problemas, mas, por outro lado, encontra só dificuldades para a integrar no seu ensino. Parece mais preocupado em manter-se a par dos seus colegas, seguindo o livro, do que em explorar situações problemáticas.

O Rui, apesar de ter dito que trabalhou alguns problemas, sem ter tido muitas condições para o fazer, não se sente desmotivado para abordar nos próximos anos a resolução de problemas, actividade que continua a afirmar de extrema importância para a formação integral do aluno.

Práticas

Durante as doze aulas de Matemática do 5º ano de escolaridade que se observaram ao longo do ano escolar, verificou-se que o Rui não sentiu qualquer dificuldade na leccionação dos conteúdos de matemática do 5º ano. Seguiu o livro, adoptado pela escola, sem nenhuma alteração, considerando que o programa estava bem estruturado e que não era extenso. Também não mostrou qualquer tensão ou nervosismo pela presença nas aulas da investigadora, mostrando-se sempre muito seguro.

Globalmente, pode dizer-se que durante as doze aulas que foram observadas ao longo do ano lectivo, não se detectaram diferenças significativas entre elas, utilizando um ensino do tipo pergunta-resposta, que à frente se explicitará. A maneira de estar na aula, a forma como a desenvolve, a forma de abordar os conteúdos, o tipo de actividades que propõe e, sobretudo, o modo como aborda o ensino de resolução de problemas, mantiveram-se quase sempre inalterados ao longo das observações efectuadas. Contudo, puderam identificar-se as aulas de carácter mais prático, onde apenas se faziam exercícios, correcções de trabalho de casa e de testes e aulas onde havia introdução de conteúdos.

O tempo útil de aula era extremamente escasso, uma vez que havia bastantes momentos mortos ou de indisciplina..

As aulas, que não seguiam nenhum plano pré-estabelecido, iniciavam-se sempre nos mesmos moldes. Grande parte do tempo era gasto a tentar acalmar os alunos, a ditar o sumário da aula anterior, a fazer a chamada dos alunos e a fiscalizar quem tinha feito o trabalho de casa. Em seguida, a metodologia que seguia era dependente do tipo de aulas, práticas ou de introdução de conteúdos.

Aula prática—pode ser caracterizada da seguinte forma: se havia trabalho de casa, era o professor que o corrigia ou um aluno no quadro: os restantes ouviam o que era dito ou conversavam uns com os outros. As propostas de exercícios eram colocadas no quadro, os alunos tomavam nota e-lhes dado algum tempo para a resolução. Entretanto, ia percorrendo os lugares, tirando algumas dúvidas, e no final um aluno ia ao quadro fazer a correcção. A comunicação oral nem sempre foi convenientemente explorada. Seguem-se algumas notas que se recolheram numa dessas aulas:

"No início da aula, o Rui interpela os alunos:

"Vamos lá a calar e passem o sumário da aula anterior. A Aula é a nº 42 . Exercícios. Relação 'contém'".

Durante este espaço de tempo uns alunos passeiam-se, outros mudam de lugares e outros brincam.

"Vamos lá a calar, não torno a avisar. Hoje ainda vai um para a rua."

Entretanto passa um exercício no quadro que os alunos passam no meio de grande confusão e barulheira.

"Sabendo que $A = \{a,b,c,d\}$, $B = \{\text{números naturais}\}$, $C = \{0,1,2,3,4,5\}$, $D = \{0,1\}$, $E = \{a,b\}$, $F = \{c,d\}$ e $G = \{\text{números inteiros}\}$, e utilizando os sinais correctos, $\in, \notin, \subset, \not\subset, \supset$ completa:

$A \dots B$; $C \dots B$; $D \dots C$; $G \dots B$; $E \dots A$; $F \dots B$; $F \dots A$; $B \dots G$;

$a \dots A$; $b \dots B$; $D \dots A$; $0 \dots B$; $0 \dots G$; $2 \dots F$; $2 \dots C$. "

Os alunos passam o enunciado e começam a resolver sozinhos: entretanto o Rui vai passando pelos lugares, esclarecendo algumas dúvidas. A maior parte dos alunos estão distraídos. Passado algum tempo, pede a um aluno para ir ao quadro. Vêmo que existe confusão entre os sinais de 'pertença' e de 'contém', esclarece os alunos.

"Atenção a estes sinais, não confundir que \in utiliza-se entre um elemento e um conjunto, enquanto \subset utiliza-se entre conjuntos. Percebido? Venha outro ao quadro"

Os alunos vão corrigindo no quadro um de cada vez, notando-se ainda alguma confusão com os sinais, o Rui vai esclarecendo, dirigindo-se apenas ao aluno que está no quadro. Acabada a correcção, manda um exercício para casa. "Tomem nota deste exercício para casa. Escrever dois subconjuntos de A e dois subconjuntos de B."

A aula decorreu num ambiente de grande agitação, com alunos que não passaram do enunciado do exercício."

Aula de introdução de conteúdos—pode ser caracterizada do seguinte modo: o início é idêntico ao das outras aulas, o conteúdo é apresentado pelo professor no quadro e o desenrolar da aula é baseado sempre num diálogo, quando existe, do tipo pergunta-resposta. Nunca foi dedicado um espaço à descoberta ou à discussão, ou simplesmente, fomentado um tipo de diálogo mais profundo, que não fosse apenas identificar um facto, ou simplesmente responder com sim ou não.

Relata-se em seguida uma destas aulas cujo sumário foi "A linguagem corrente" :

"A aula iniciou-se pelo sumário como normalmente.

"Escrevam o sumário da aula anterior. Aula nº 94. Estudo das propriedades da subtracção". Em seguida fez a chamada e como não havia trabalho de casa para corrigir, deu continuidade à aula.

"Na aula anterior vimos que a subtracção não gozava das mesmas propriedades que a adição" (espaço).

"Abram o livro na página 94. " Continuou.

"Na vida do dia-a-dia é raro utilizarmos palavras como adição e subtração. Normalmente quando temos uma adição, $14+2$ chamamos a 14 e a 2 as parcelas e o resultado é 16 e chamamos soma e escreve-se $14+2=16$ e $14+2$ lê-se a soma de 14 com 2."

Entretanto os alunos vão tomando notas e alguns não fazem absolutamente nada, mas a aula vai decorrendo, com a agitação habitual. O professor continua.

"No caso da subtração $15-13$ chamamos a 15 o aditivo e o 13 o subtrativo, o resultado é 2 e chamamos-lhe diferença e escreve-se $15-13=2$ e $15-13$ lê-se a diferença entre 15 e 13. Perceberam? Então completem o quadro da página 94."

O exercício constava de um quadro com espaços para preencher, ora linguagem corrente ora linguagem simbólica da matemática.

Linguagem corrente	Linguagem simbólica da Matemática
A soma de dezanove com trinta	$\dots + \dots$
	$23-17$
A diferença entre quinze e treze	
	$43+27$
A soma de vinte com cinco é vinte e cinco	
	$12-4=8$
A diferença entre quarenta e trinta é menor do que vinte	
	$17+13 > 20$

O professor começou a andar pelos lugares a ver o trabalho dos alunos. Em seguida foi um aluno de cada vez ao quadro, preencher um dos espaços vazios.

Como das outras vezes a comunicação oral não foi explorada, nem com o aluno do quadro nem com os alunos que se encontravam nos seus lugares. Se os alunos não sabiam, adiantava a resposta."

Em qualquer dos casos o Rui conduzia a aula no espaço em frente à turma, falando para os alunos e escrevendo no quadro. Saía deste espaço quando os alunos faziam exercícios ou caso algum aluno o solicitasse. Nas

aulas de correcção de teste usou um retroprojector, onde foi passando acetatos com a correcção do teste feito, comentando cada uma das perguntas. Nenhum outro material foi explorado além do livro.

A participação dos alunos no processo de aprendizagem era quase nula resumindo-se apenas a esporádicas respostas às perguntas que o professor colocava, sendo esta a interacção mais corrente entre o professor e a turma. O trabalho de grupo nunca foi explorado.

Situações problemáticas nunca foram observadas. Não existiram grandes preocupações na exploração detalhada de qualquer situação. Notou-se uma falta de poder de controlo e capacidade de motivação dos alunos, desde a primeira até à última aula observadas. As aulas, como já se referiu, decorriam lentamente e eram monótonas, com grandes momentos mortos por parte do professor, havendo muitos momentos dedicados ao estabelecimento da ordem na sala. Notava-se por parte dos alunos, uma falta de interesse que o Rui nunca conseguiu ultrapassar, nem manifestou esforço para a superar...

As aulas de resolução de problemas, mesmo nos moldes que o Rui disse que explorava, não tiveram lugar. Relata-se uma aula a que o Rui fez referência como aula de ensino de resolução de problemas:

"Depois de escrever o sumário da aula anterior, nº95, e ter recordado através de dois exemplos a linguagem, dá início ao que chamou aula de resolução de problemas (...).

"Peguem no livro. Vamos estudar Resolução de Problemas. Começamos pelo problema da página 94. Estes problemas usam apenas adições e subtracções. Cada um deles expressa-se por uma equação. Vejamos o primeiro."

Pega no livro e lê o primeiro problema:

"Das 128 caricaturas da sua colecção o João deu algumas ao seu amigo Tiago e ficou com 113."

Prosseguiu, acrescentando a questão seguinte:

"Quantas caricas é que o João deu ao seu amigo?"

Sem dar tempo aos alunos para levantarem alguma questão, ou tentar averiguar se perceberam o que lhes era pedido continua.

"O João tinha 128 caricas, se deu, ficou com menos, é subtracção, como não sabemos quantas deu, represento por x , e ficou com 113. Temos então $128 - x = 113$, e a partir daqui é que tentamos resolver o problema."

Sempre a falar, sem nenhuma interrupção continua a escrever no quadro.

$$128 - x = 113$$

$$128 = x + 113$$

$$x = 128 - 113$$

$$x = 15."$$

Escreve esta sequência de expressões sem nenhuma explicação e sem fazer nenhum comentário ao resultado, ou dar uma resposta ao problema. Entretanto há grande confusão na sala, alunos que se levantam, conversam, etc.

Continua a dizer:

"Escrevam as equações que traduzem cada um dos problemas do livro e em seguida resolvam as equações."

Começa então a andar junto às carteiras. Grande parte dos alunos não têm livro nem caderno aberto sobre a mesa e de entre os que o têm são poucos os que trabalham. A confusão é enorme, manda dois alunos para a rua. Entretanto toca, e acaba a aula"

Esta foi a única aula que o Rui chamou de aula de resolução de problemas das doze aulas observadas. Constatou-se que foi explorada da maneira mais tradicional que se pode pensar.

Em síntese, do que se observou, constatou-se que a prática de ensino levada a cabo pelo Rui está completamente desfasada das normas pretendidas do que deve ser uma aula de matemática. A resolução de problemas, como era entendido que fosse abordada, nunca o foi, tendo o Rui manifestado um tipo de ensino que mesmo dentro dos parâmetros

tradicionais, não seria dos mais recomendáveis. Seguiu muito de perto o que estava no livro, sem lhe dar a exploração adequada. Não se detectou qualquer insegurança a nível científico ou incorrecção de linguagem. Utilizou um tipo de discurso que não estimulou a participação oral por parte dos alunos, actuando de uma forma muito directiva, apresentando a matemática como algo definitivo e onde nunca foi explorada qualquer situação que se pudesse considerar uma situação problema, nem se desvendou um único momento em que houvesse lugar para a descoberta, criatividade, diálogo, discussão, etc., tendo mostrado uma grande falta de capacidade para poder motivar minimamente os alunos ou mesmo os controlar.

Podemos concluir que o tipo de ensino do Rui não difere muito daquele que é apresentado por Fey (1975), numa síntese sobre o tipo de ensino da matemática na maior parte das escolas, nos Estados Unidos, que é rotineiro e pouco motivante, consistindo sobretudo em directivas dadas por parte do professor em que este segue muito de perto o livro de texto, o qual não lhe dá muitas alternativas, ficando o papel do aluno limitado a pouco mais do que tomar notas.

Análise Global Comparativa das Concepções do Rui enquanto Aluno e enquanto Professor com a Prática

Neste ponto, depois de conhecer as concepções do Rui enquanto aluno e as concepções e práticas do Rui enquanto professor em relação à resolução de problemas de matemática, pretende-se analisá-las

comparativamente, procurando evidenciar as principais diferenças (inconsistências).

A Matemática

As concepções que o Rui, enquanto aluno, manifestou em relação à matemática e ao seu ensino não parecem consistentes com o tipo de actividade matemática que ele desenvolve nas suas aulas.

O Rui tinha uma visão dualística da matemática, a matemática dos cálculos e a matemática do raciocínio. Contudo, a actividade matemática do Rui parece apenas consistente com a matemática dos "cálculos", pois nenhuma actividade foi proposta aos alunos que os levasse à matemática do raciocínio. Por outro lado, ele tinha dificuldade em separar os conceitos de matemática e de problema, pois identificava um com o outro. Para ele eram ambos absorventes e interessantes. Quando o Rui explicita as concepções sobre o ensino da matemática refere constantemente a importância que a matemática tem, o seu poder explicativo e a sua ligação à realidade. Mas é interessante verificar que, na prática, o que acontece é a matemática dos conteúdos, a tal matemática "chata" ligada ao estudo, desligada da realidade, sem o tal carácter prático. Não aparece a matemática interessante, absorvente e a tal matemática que é para todos. O Rui assume a matemática "chata" e dos "cálculos", a matemática onde basta praticar, onde aparecem os exercícios de aplicação directa e a realização de algoritmos. O interesse que manifestou, enquanto aluno, na elaboração de materiais, muitos deles por vontade própria, parece muito distante, pois, durante as doze aulas observadas, o único material que usou foi o livro. A vivência

-- matemática do Rui restringe-se ao nível elementar que lecciona e limita-se à escola onde lecciona.

Que factores terão modificado, de uma maneira tão radical, o Rui? Será que a visão que o Rui tem sobre a matemática influenciou a sua atitude com a resolução de problemas? Será que a identificação que o Rui faz da matemática com os conteúdos que mais gosta o tenham desmotivou, uma vez que não deu Geometria? (Este era um dos temas que, para além de gostar, achava ser importante pois ajudava a desenvolver o raciocínio.) Terá sido o ambiente da escola: professores e alunos deslocados e desinteressados? Terá sido o facto de estar longe de casa? (Como ele faz referência, apesar de não estar propriamente longe). A falta de experiência? Em que medida os jovens professores, como o Rui, se encontram perante o mesmo tipo de problemas? Em que medida a formação inicial poderá contribuir de modo eficaz para que estes problemas sejam ultrapassados?

A Resolução de Problemas

Quando o Rui diz não ser um entusiasta da resolução de problemas está a ser consistente com a sua actividade pois, durante a sua prática, os únicos problemas a que se viu fazer referência, foram aqueles que propôs para serem publicados no jornal da escola. Mas quando defende que problema e matemática designam o mesmo e a sua prática não tem nada a ver com essa realidade, mostra uma grande inconsistência. Nem para dar matemática "disfarçada" como ele diz, conseguiu fazê-lo. Depois de analisada a prática do Rui, verifica-se que enquanto nas entrevistas

soube sempre diferenciar um exercício de um problema, na prática teve dificuldade na sua distinção pois afirmava que resolvia problemas e só se observaram exercícios!

É interessante, no entanto, ver a consistência que manifesta nas suas concepções sobre uma tarefa que teve de desempenhar por três vezes, uma enquanto aluno, outra no início da sua actividade como professor e a terceira no final do ano lectivo. Ele foi perfeitamente consistente ao identificar nestes três momentos como características principais da resolução de problemas: a natureza desafiante da actividade, a sua utilidade e o ser em certa medida gratificante. Estas características não foram aproveitadas para a sua prática lectiva.

O Ensino da Resolução de Problemas

As concepções do Rui sobre o ensino da resolução de problemas de Matemática são consistentes quer enquanto aluno quer depois como professor. No entanto não parecem consistentes com a sua prática lectiva. Recorde-se que o Rui, quer enquanto aluno quer durante o primeiro ano de leccionação, atribuiu grande importância ao ensino da resolução de problemas no desenvolvimento dos alunos porque desenvolve-lhes o raciocínio, prepara-os para resolver qualquer problema e é um meio de os motivar para a Matemática. O espírito crítico que esta actividade desenvolvia e a que o Rui deu certa importância quando era aluno, nunca mais foi mencionado durante a sua actividade de professor. As aulas que o Rui desenvolveu foram consistentes com estes objectivos. As aulas observadas foram muito direccionadas para a Matemática "prática", limitando-se os alunos a

exercitarem conceitos que ele ia introduzindo. O papel do professor como orientador da aprendizagem, levando os alunos à descoberta, ficou transformado em transmissor de conhecimentos e executor de exercícios, apesar de, durante as entrevistas, ter mencionado que tinha realizado aulas de resolução de problemas utilizando uma metodologia que ia de encontro aos objectivos que aprendeu enquanto aluno. Pode ainda pôr-se a questão da consistência entre algumas coisas que disse e aquelas que se observaram. Quando lhe foi perguntado porque é que, a meio do ano, ainda não tinha dado nenhuma aula de resolução de problemas apesar de dizer nas entrevistas o contrário, ele atribuiu ao facto de as aulas observadas nunca coincidirem com as aulas de resolução de problemas.

Em duas situações concretas foi possível observar a posição contraditória do Rui enquanto aluno e enquanto professor, nas quais o Rui tomou uma atitude na prática contra a posição que defendia antes. De facto, enquanto aluno, afirmava que os professores não davam resolução de problemas aos seus alunos, desculpando-se com a falta de tempo, mas se quisessem havia a possibilidade de ultrapassar essa falha, passando problemas, por exemplo, para casa. O que se pode detectar é que ele utilizou sempre o mesmo argumento para não contemplar a resolução de problemas, apenas seleccionando alguns para o jornal da escola, que não chegou a explorar com os seus alunos. A outra situação diz respeito à questão dos problemas que "fazem mal". São os problemas, segundo o Rui, em que o aluno se limita a aplicar um algoritmo e onde desenvolve apenas hábitos de cálculo. O "mal" residia no facto de que, quando eles lessem o problema, procurassem apenas identificar se era

de "mais" ou de "menos". Estes problemas, que "fazem mal", foram utilizados pelo Rui. O desenvolvimento das aulas, foi fundamentalmente dirigidas para o trabalho individual dos alunos. O trabalho de grupo nunca foi utilizado em nenhuma das actividades.

Foram identificadas no Rui inconsistências em duas concepções, relacionadas com os problemas e as estratégias, enquanto aluno e depois como professor. Como aluno defendeu que os problemas não se deveriam restringir aos conteúdos. Como professor defende opinião contrária, isto é, os problemas devem estar relacionados directamente com os conteúdos, pois de contrário os alunos terão mais dificuldade em estar motivados na sua resolução. A outra diz respeito às estratégias. Como aluno, o Rui deu muita importância ao ensino de estratégias através do método explícito. Durante as entrevistas, já como professor, esta opinião é mantida não para o 1º ano de leccionação mas para o futuro.

É interessante verificar que, numa das tarefas que teve de executar em três momentos distintos (enquanto aluno, no início da actividade como professor e, no final do ano), a importância das estratégias na resolução de um problema vai diminuindo à medida que se afasta cada vez mais do tempo em que era aluno. Houve consistência quando o Rui afirmou que, no seu primeiro ano como professor, talvez não abordasse a resolução de problemas segundo a metodologia que aprendeu, mas talvez futuramente. Na verdade ele abordou a resolução de problemas de outro modo!

Que factores poderão ter influenciado o Rui para que a sua prática fosse tão diferente das concepções que inicialmente manifestou? Até

que ponto é que, ao sentir-se confrontado com as concepções e práticas dos seus colegas de profissão em relação à resolução de problemas, se tenha tornado menos sensível a este problema? Será que ele nunca tomou consciência da dificuldade da actividade? Parece que há factores que influenciaram mais o Rui do que a formação que obteve durante o seu curso, mas quais? Será que prevaleceram no Rui as concepções e o ensino que os seus professores de matemática tiveram sobre ele mais do que a formação que lhe foi dada? Será que no 2º ano de leccionação o Rui ainda estará mais longe das suas concepções do que quando era aluno? Até que ponto as concepções e práticas deste 1º ano de leccionação se virão a reflectir em práticas futuras?

Os Agentes

O Rui quis ser engenheiro electrotécnico. Só mais tarde decidiu ser professor. Durante o curso aprendeu a gostar da profissão e, no seu último ano, estava convicto de que iria gostar de ser professor. O Rui ainda continua a gostar de ser professor. A relação que mantém com os alunos fora das aulas é afectuosa. Os alunos procuram a sua companhia e gostam de falar com ele, mas dentro da sala de aula, a situação é diferente. Muito dificilmente consegue manter a ordem na sala só o conseguindo aos gritos, manifestando também alguma incapacidade na motivação dos alunos para a matemática. Terá sido o contexto social a influenciar o ensino do Rui? Será o ambiente da escola, em que todos estão de passagem, desmotivante? Será que é a falta de capacidade do Rui para concretizar as suas concepções?

CAPÍTULO V

MARIA

O objectivo deste capítulo é apresentar e conhecer o participante no estudo designado por Maria, enquanto aluna numa Escola de Formação Inicial de Professores e, posteriormente, como professora no seu primeiro ano de trabalho. Assim, começa por traçar-se o perfil e enquadramento da Maria nas duas fases do estudo, evidenciando relações entre as suas concepções e práticas relativamente à resolução de problemas enquanto aluna e, depois, como professora.

A informação relativa a este capítulo é resultante do conteúdo das entrevistas, da análise das observações efectuadas, das notas da investigadora e dos artefactos utilizados.

A Maria-Aluna

Neste ponto apresenta-se a Maria enquanto aluna de um curso de formação inicial de professores do ensino básico, variante de Matemática e Ciências da Natureza.

Perfil e Enquadramento

Conhecer a Maria enquanto aluna, como decidiu ingressar numa escola de formação de professores, como se integrou na escola onde estuda e quais as suas relações com a matemática, a resolução de problemas e o seu ensino-aprendizagem, são questões a que se procurará dar resposta nos parágrafos seguintes.

A informação relativa a este ponto foi obtida a partir de duas entrevistas, do Questionário, da análise da observação de aulas efectuadas durante a leccionação do módulo de resolução de problemas da cadeira de Processos do Ensino Aprendizagem da Matemática II, das notas da investigadora e da opinião manifestada por alguns professores e colegas.

A Maria

A Maria tem vinte e oito anos e é casada. É de estatura média, magra, morena, de olhos e cabelos castanhos tendo, à primeira vista, um olhar vivo mas reservado e cauteloso. O marido é funcionário das Finanças e simultaneamente estuda Direito em Coimbra. Têm uma filha de 5 anos a frequentar um infantário.

A Maria provém de uma família da classe média, em que a mãe é doméstica e estudou até ao 2º ano do ciclo preparatório. O pai tem a quarta classe e é proprietário de um quiosque. Tem um irmão a frequentar o 10º ano de escolaridade. É leitora regular de um jornal diário e de um semanário, além de ser também assinante de uma revista mensal. Costuma ver um pouco de televisão, dando relevância às notícias

e a programas tipo "Talkshow". Nos seus tempos livres, que são poucos, gosta de ler e de trabalhar em artesanato.

A vivência matemática que a Maria tem resume-se a leituras na revista Educação Matemática, da qual é assinante, interessando-se com entusiasmo pela história da matemática e pelos passatempos, incluindo aqui todas as propostas de problemas, jogos, puzzles e actividades que envolvam um certo desafio. Nos jornais que lê, também procura sempre efectuar, quando existem, os passatempos, actividade com que se entretém bastante, sobretudo se envolvem resolução de problemas.

Apesar de estar muito ocupada com as suas obrigações caseiras e escolares, aceita sempre qualquer proposta que seja enriquecedora para a sua actividade futura. Durante estes quase dois anos de trabalho em comum, sempre mostrou disponibilidade quer para permitir a assistência às aulas em qualquer momento, à investigadora, quer para as entrevistas, assim como para a leitura confirmativa das transcrições das entrevistas.

A Maria mostrou sempre falta de à vontade nas entrevistas. Por um lado, por ter que falar sobre assuntos que nunca tinha falado, ou mesmo pensado, por outro lado, por recear ser confrontada mais tarde com aquilo que viesse a referir na altura, manifestando, eventualmente, algumas inconsistências.

O Curso

No início do estudo a Maria frequentava o 4º ano da variante de Matemática e Ciências da Natureza do ensino básico de uma Escola Superior de Educação (ESE).

- A Maria gostava de ser médica e para isso frequentou uma faculdade de Medicina, onde completou o 1º ano do curso. Motivos de ordem familiar fizeram com que tivesse de desistir e foi então que decidiu frequentar a única instituição de ensino superior existente na cidade onde reside.

Estando no 4º ano, tendo já leccionado aulas no 1º ciclo, e este ano iniciando o estágio no 2º ciclo, seria natural que tivesse preferência por um dos dois ciclos. Mas não, para a Maria é indiferente, pois o nível etário nestes dois ciclos ainda é muito próximo e ela gosta de trabalhar com crianças. Além disso, a Maria pensa que o professor do ensino básico tem uma grande responsabilidade em relação ao futuro do aluno, podendo, por isso, contribuir para uma melhoria de ensino.

"Gosto das crianças deste nível etário e um professor do ensino básico pode determinar o sucesso ou insucesso de um indivíduo. Penso que de algum modo contribuirei para melhorar o ensino no nosso país"

Estando num curso cuja variante é Matemática e Ciências da Natureza, a Maria não hesita quando se lhe pergunta qual das duas disciplinas prefere trabalhar: a Matemática. A preferência pela Matemática foi de certo modo inesperada, pois pareceria mais natural que a sua preferência fosse para as Ciências. Por um lado inicialmente esteve num curso de Medicina e antes de ingressar na ESE, leccionou Ciências durante três anos no ciclo preparatório.

A experiência que teve com a leccionação foi bastante frustrante, não como professora, mas com os conteúdos que acha estarem desarticulados com o nível etário dos alunos. Para uma criança deste

nível seria mais útil e interessante desenvolver-lhe determinadas atitudes a nível social como por exemplo, a Ecologia, do que ensinar-lhe o sistema respiratório, digestivo, etc.

"I (Investigadora) - Está na variante Matemática e Ciências da natureza. Se tiver hipótese de optar por leccionar entre uma disciplina e outra, opta por qual?

M (Maria) - Matemática

I - Porquê? Tem alguma razão?

M - Tenho uma razão muito, muito forte. Eu detesto os conteúdos das Ciências. Acho que não estão minimamente, quer dizer, até pode ser que entretanto os conteúdos modifiquem, mas acho que os conteúdos não estão minimamente adaptados para aquelas criancinhas, para as criaturinhas aquilo é horrível"

Este é um dos motivos que apresenta para optar por Matemática. Por outro lado, sendo a Matemática uma disciplina que os alunos em geral não gostam e na qual têm bastante insucesso, aparecendo normalmente desgarrada da realidade, transforma a actividade do professor de Matemática num desafio. É este desafio que o professor de matemática tem que vencer, que torna a matemática atraente para a Maria. Nos próximos tempos, e se tiver condições para o fazer, pensa vir a frequentar o curso de Matemática numa Universidade.

A Maria, os Colegas e os Professores

Falar com a Maria não é muito fácil, pois é uma pessoa reservada com quem não conhece. É muito boa aluna e facilmente granjeou o respeito e admiração de colegas e professores. Apesar de reservada, é comunicativa e costuma liderar as posições que a turma muitas vezes tem de tomar. Costuma estar sempre rodeada de colegas, quer para

trabalhar quer para conversar. É determinada e sabe muito bem o que quer, um pouco ambiciosa talvez, por isso é persistente nas atitudes que toma, procurando manter-se sempre que possível actualizada. A sua persistência leva a que os colegas a considerem uma "chata". Chata no sentido de que quando está a explicar qualquer coisa tem que ir até ao pormenor.

"Hum! Persistente, teimosa (risos) teimosa bem acentuada, um bocado arrogante(...) Acho que me descrevem como uma pessoa interessada, arrogante, teimosa, acima de tudo, teimosa, os colegas acham que eu sou muito teimosa e ... chata ... às vezes, acham que eu sou chata (...)."

A Sala de Aula

A turma a que a Maria pertence, organizada quase sempre em grupos de trabalho, é caracterizada pelos professores como bastante homogênea, com a maioria dos alunos acima da média, mostrando bastante interesse e dinamismo.

A sala de aula é bastante iluminada por duas janelas largas com mesas individuais, dispostas em U voltado para o quadro. A sua posição na sala é num dos extremos do U, integrada num grupo. No grupo, tem uma posição de liderança. Durante as aulas, quando são apresentados problemas para resolver, começa por fazê-los sozinha, em seguida apresenta a resolução à professora, após o que procura confrontar a sua resolução com as dos colegas, e caso estes ainda não tenham terminado explica-lhes como fazer. Pede ajuda esporádica à professora, normalmente para esclarecimentos sobre a interpretação do enunciado dos problemas. De modo geral selecciona e implementa com segurança

estratégias adequadas de resolução, chegando quase sempre à solução. Quando a professora expõe mantém-se atenta, toma notas, faz observações a propósito, e é das poucas alunas que costuma responder às questões postas na aula.

As Concepções

Nesta secção descreve-se e analisa-se a relação que a Maria tem com a Matemática e, em particular, com a resolução de problemas, identificando algumas concepções por ela manifestadas. A informação obtida resultou das observações, das entrevistas, das Tarefas que a Maria realizou durante as entrevistas e das notas da investigadora.

A Matemática

Não se pode dizer que ser professora de Matemática, tenha sido o sonho da Maria desde sempre. Como se referiu foram as circunstâncias que o determinaram. Apesar disso, encontra-se satisfeita.

O contacto que a Maria teve até então com a Matemática, foi sobretudo através da sua escolaridade básica e secundária, e nunca constituiu problema, pois foi uma disciplina de que ela sempre gostou e na qual sempre conseguiu boas notas, sem ter tido necessidade de estudar muito. O gosto pela matemática também se foi aprofundando com o avançar dos anos de escolaridade, embora não pensasse fazer carreira como professora de Matemática.

Posta perante perguntas concretas, feitas durante as entrevistas, mostrou alguma dificuldade em responder, pois pela primeira vez teve

de pensar e falar sobre Matemática, o que para ela era difícil. Levava mais tempo a responder e quando o fazia era através de respostas curtas, entrecortadas com bastantes pausas. Quando se lhe pede que fale sobre a Matemática e que diga o que é que gosta ou o que a atrai na Matemática a resposta é: "Nunca pensei nisso (...) por acaso até gosto de Matemática". Mas continuando a conversar vai dizendo que o que a atrai na Matemática é a sua natureza, uma ciência "concreta" e muito objectiva, no sentido de que é uma ciência que tem as suas regras, leis e teorias muito precisas que vão permitir sistematizar certos raciocínios e que vão permitir interpretar certos problemas.

"[gosto da Matemática] por ser uma ciência concreta, ser muito objectiva, (...) ajuda-nos a ler determinados problemas e depois também sei que nos ajuda a sistematizar às vezes determinados raciocínios que nos parecem intuitivos. A matemática ajuda através das leis e teorias, consegue ajudar-nos a sistematizar. "

Quando lhe pedi que identificasse dois adjectivos que lhe permitisse caracterizar a Matemática, sentiu bastante dificuldade e foi talvez a pergunta que levou mais tempo a responder. Utilizou as palavras "interessante" e "desafiadora", embora também ache que há certos conteúdos que ela classifica de "intragáveis", o que traduz uma certa identificação da Matemática com os conteúdos que aprendeu.

A importância da matemática reside no seu carácter utilitário, na sua aplicação à vida do dia-a-dia, e no facto de funcionar como um suporte bastante importante para a aquisição de conhecimentos de outras disciplinas. Mas, para ela, a faceta da Matemática mais importantes está relacionada com o poder ajudar a desenvolver o

pensamento e o raciocínio. Este pensar a que a Maria se refere está intimamente ligado com a resolução de problemas.

"(...) eu acho que a matemática serve essencialmente para ajudar os [alunos] a pensar e a raciocinar (...)

Para a Maria, o ensino da Matemática é um desafio tão grande como o é o a própria Matemática. O desafio no ensino consiste na capacidade que o professor deverá ter para motivar os alunos para uma disciplina que tradicionalmente é vista como sendo difícil e "só para alguns". Apesar de haver alguns conteúdos que são difíceis de tratar, a maior parte deles podem ser aliviados dessa carga negativa, recorrendo à história da Matemática, pois ajuda a compreender melhor alguns dos seus aspectos, e recorrendo à resolução de problemas.

Assim, relativamente às concepções que foi manifestando sobre a Matemática, a Maria vê-a como um desafio e tem sobre ela uma visão dualista. Por um lado, tem uma visão utilitária da matemática quando refere que tem aplicabilidade a outros domínios, como à Física, e ao dia-a-dia: por outro lado, vê-a como ciência do "raciocínio" e do pensar, além de a considerar uma ciência concreta com suas regras e leis.

A Resolução de Problemas

A Maria gosta de resolver problemas. Passa algum do seu escasso tempo livre a fazer charadas, puzzles, passatempos e a resolver alguns problemas, comprando, para o efeito, alguns livros. Quando lhe surge uma oportunidade para resolver um problema, não a perde. Apesar de

ser persistente na procura da solução, reconhece que existem alguns problemas que não consegue resolver por mais que insista. Reconhece que às vezes é um pouco precipitada na leitura que faz dos problemas, começando a resolução sem os ter lido cuidadosamente. Não manifesta preferência especial por fazê-los em grupo ou sozinha, referindo que depende das circunstâncias. Em casa, fá-los sobretudo antes de adormecer. A Maria lembra que, quando andava no ensino básico e secundário, gostava que os professores apresentassem problemas para resolver. Lembra-se que tinha um livro de matemática com problemas, puzzles e questões que eram um desafio permanente para tentar resolver.

"(...) eu tinha um livro que não sei, não sei de que ano era, que ao lado, nas margens, aparecem umas questões de desafio que eu adorava resolver (...)."

Quando se lhe perguntou que palavras associaria a problema, a primeira palavra que lhe ocorreu foi "resolução": após uma grande pausa, respondeu por fim que também lhe lembrava "gosto, interesse e desafio"—as mesmas características que identificou em relação a Matemática. Pois se a Matemática serve para ensinar a pensar e a raciocinar é à resolução de problemas, como parte integrante da Matemática, que cabe esse papel.

"(...) a matemática serve essencialmente para os [alunos] ajudar a pensar e a raciocinar e a resolução de problemas serve para isso."

Além de permitir ensinar a raciocinar, acha que se aprende matemática quando se resolve problemas. Aprende-se matemática, uma vez que têm de se aplicar conhecimentos de matemática, e faz-se a ligação daquilo que se aprende com a realidade e muitas vezes de uma maneira lúdica.

Para ela outra das características da resolução de problemas é poder ser considerada como uma arte. Há problemas que envolvem muito mais do que conhecimentos matemáticos para se poderem resolver; implicam uma certa criatividade e nem todos os conseguem resolver. Além desta razão, também pensa que há pessoas que nascem "com jeito" para resolver problemas como há outros que nascem "com jeito" para outras actividades.

"[há problemas] que são muito mais do que pensar em termos matemáticos (...) acho que implica uma certa criatividade. Nesse sentido é arte. E depois também acho que há pessoas que nascem com jeito para serralheiros, ou com jeito para fazer determinadas coisas, e acho também que para resolver problemas há pessoas que têm ... quer dizer pelo menos aparentemente há pessoas que ... os resolvem mais facilmente que outras."

Uma vez que, para a Maria, uma das características da Matemática é o poder aplicar-se a problemas da realidade, quando lhe é pedido que ilustre um desses problemas com que ela recentemente se tenha confrontado, ela aponta de imediato e sem nenhuma hesitação o tempo. O tempo para poder resolver tudo que tem a fazer no dia-a-dia é um problema que tenta resolver. E o que faz é tentar resolver esse problema por fases, eliminando etapas sucessivas. Isto é, utiliza linguagem

específica de resolução de problemas, utiliza duas estratégias fortes em resolução de problemas, que é "decompor um problema noutros mais simples" e depois utiliza a estratégia "eliminação".

Enquanto que, perante a resposta à questão anterior, a Maria teve apenas de relatar um episódio que fosse para ela um problema, não manifestando nenhuma dificuldade em responder, já o mesmo não aconteceu, quando se lhe perguntou, na última entrevista, o que é um "problema" e o que é a "resolução de problemas". Como acontecia ao longo das entrevistas, quando eram colocadas perguntas mais directas, manifestava sempre uma grande dificuldade em responder: contudo acabou por dar uma definição que não contradiz o senso comum sobre o mesmo.

"M - Sei lá ..., um problema é uma situação que pode ou não ter soluções mas que nós não as conhecemos à priori, mais ou menos isto, conhecemos alguns dados que nos podem permitir chegar a uma solução...

I - E o que é a resolução de problemas

M - (risos) No fundo é o processo que nos leva a ... o processo que nos leva, a partir dos dados, chegar à solução, à solução do problema"

Uma das tarefas que a Maria teve que realizar numa das entrevistas dizia respeito às características que a resolução de problemas apresenta. Algumas dessas características coincidem com as que foram apresentadas ao longo das entrevistas e que se podem resumir no seguinte: é uma actividade muito desafiadora, interessante e nada monótona, sendo de certo modo excitante, agradável, útil e gratificante, sem ser nem muito simples nem muito complicada.

Em conclusão, as concepções que a Maria manifestou sobre a resolução de problemas foram identificar esta como uma parte integrante da matemática, e em relação aos problemas foi considerá-los tão interessantes e desafiadores como o é a própria matemática, podendo ser um veículo bastante motivador para ensinar conteúdos matemáticos.

O Ensino-Aprendizagem da Resolução de Problemas

Para a Maria, o grande objectivo da resolução de problemas no processo de ensino-aprendizagem é ensinar a aprender a raciocinar, desenvolvendo nos alunos hábitos de reflexão e o gosto pela resolução de problemas. Além de ser um excelente meio de motivar os alunos e de, através de problemas adequados, fazer a ligação da matemática com a realidade, também se aprende matemática. Um dos grandes objectivos da resolução de problemas reside no facto de permitir desenvolver o espírito crítico do indivíduo de modo que este seleccione, analise e interprete com eficácia a informação a que tem acesso.

"Eu acho que um dos objectivos práticos da resolução de problemas é no fundo desenvolver no aluno o espírito crítico que lhe permite seleccionar, analisar, interpretar informação, porque quer dizer... se ficarmos só pelo sentido académico, pela mera resolução de problemas se calhar não tem assim grande interesse (...)."

Uma questão relacionada com o que foi dito anteriormente é saber se é possível ensinar a resolver problemas. Esta questão foi abordada pela professora da Maria durante uma das aulas observadas pela

investigadora, sendo a Maria uma das que respondeu à questão, defendendo que é possível ensinar a resolver problemas. Quando, durante as entrevistas, se pediu que esclarecesse esta posição, a Maria atribuiu esse facto ao modo como lhe foi ensinado, isto é, através de um modelo de ensino de resolução de problemas. Este modelo permitiu-lhe abordar de um modo mais sistemático e organizado os problemas, permitindo-lhe resolver certo tipo de problemas que de outro modo talvez se tornasse mais difícil. Além disso o processo que se utiliza para resolver um problema poderá ser facilitador para resolver outro problema semelhante.

"I - Pensa que se pode ensinar a resolver problemas?

M - Sim. Primeiro porque se a gente aprender um modelo da resolução de um, pelo menos consegue-se aperceber dos processos que utilizou para resolver e por isso todos os outros que sejam mais ou menos semelhantes uma pessoa consegue resolvê-los. Depois porque facilita a organização dos dados e da resolução, porque no fundo, nós muitas vezes processamos os dados aqui [e aponta para a cabeça] mas temos dificuldade em os organizar, o que se calhar torna mais difícil chegar à solução."

Os novos programas foram um dos temas que também se abordaram durante as entrevistas. Sobre a finalidade que aqueles davam à resolução de problemas, a Maria apresentou a sua opinião, que não foi mais do que reforçar aquela que tinha vindo a manifestar ao longo das entrevistas, a de ensinar a raciocinar. Se tivesse que desenvolver ela própria um currículo de matemática é-lhe impossível imaginar um programa de matemática desenvolvido a partir só de problemas, como há quem defenda, pois seria bastante complicado.

Contudo defende que um dos conteúdos de qualquer programa de matemática deveria ser a resolução de problemas.

"(...) Eu não estou a imaginar um currículo todo baseado a partir de problemas. Acho que é um bocado complicado. (...) Mas um dos conteúdos da disciplina de matemática deveria ser um módulo de resolução de problemas (...)."

Metodologia. A Maria, no 2º ano, durante a frequência da cadeira de Processos do Ensino Aprendizagem da Matemática I, teve contacto com a resolução de problemas, mas através do método implícito. É um método de ensino no qual o professor utiliza de forma consistente e organizada estratégias específicas quando apresenta resoluções de problemas e quando ajuda os alunos a resolvê-los, mas não identifica essas estratégias abertamente nem promove qualquer reflexão acerca da escolha ou aplicação dessas estratégias. No ano em que decorreu a entrevista a Maria recebeu um ensino de resolução de problemas segundo o método explícito que, em relação ao anterior, identifica as estratégias utilizadas e promove uma reflexão acerca da escolha e utilização dessas estratégias, seguindo um modelo de ensino adaptado do modelo desenvolvido por Charles e Lester (1986). Perante estes dois métodos de ensino a Maria refere que o método explícito permitiu-lhe perceber o raciocínio que utilizou quando resolvia determinado problema.

"Agora para além de se resolver o problema nós reflectimos um bocado sobre a forma de o fazermos. Eu acho que isso é importante e eu tenho muita dificuldade, às vezes.

em conseguir perceber o raciocínio que utilizei para resolver o problema."

A sua opinião em relação a estes métodos é a de que o método explícito é mais vantajoso do que o implícito, pois além de se resolver o problema, reflecte-se sobre a forma de o fazer. Contudo, as vantagens que teve este ano, tiveram muito a ver com a primeira abordagem que fez à resolução de problemas pelo método implícito. Por isso pensa que é vantajoso conhecer os dois métodos.

Tendo a Maria sido submetida a um ensino de resolução de problemas onde se deu certa relevância ao ensino de estratégias, é natural que tenha falado sobre as estratégias que foram utilizadas. A Maria só teve contacto com as estratégias este ano, e achou-as de grande utilidade sobretudo porque ajudam o resolvidor a sistematizar os dados e não tiram nada à "descoberta" do problema, uma vez que os problemas nunca são iguais. A Maria, apesar de ter referido que achava o ensino de estratégias importante, referiu que quando resolvia um problema fazia-o sem grandes preocupações de ter de fazer previamente uma escolha entre as estratégias que lhe ensinaram.

Quando a Maria refere que não tem muito interesse um ensino de resolução de problemas em que os alunos resolvam problemas sem outros objectivos, está, de certo modo, a privilegiar os processos utilizados em detrimento do resultado. Segundo ela, na maioria dos casos, chegar ao resultado tem apenas a ver com cálculos, apesar de também depender muito do tipo de problemas que se tem. No caso de problemas do dia-a-dia é mais importante a solução do que

propriamente o processo de resolução, enquanto que na escola é precisamente ao contrário.

"(...) no dia-a-dia eu acho que é mais importante a solução do que propriamente a estratégia que a gente utiliza. Dentro da sala de aulas acho que é mais importante a estratégia do que propriamente a solução."

Outra questão que foi abordada durante o desenrolar das entrevistas foi a questão dos requisitos matemáticos. Há autores que defendem que uma base de conhecimentos sólidos em matemática é um pré-requisito para se ter uma boa capacidade em resolução de problemas. Em relação a esta questão, a Maria pensa que saber muita matemática nem sempre ajuda a resolver problemas, tudo vai depender do tipo de problemas que se tem de resolver. Se o problema se pode resolver por processos algébricos, quem tiver uma boa preparação matemática ajuda, mas se se pretender resolver problemas por processos não algébricos a boa preparação matemática não ajuda podendo até complicar. A preparação matemática que a Maria teve no ensino secundário e na ESE são suficientes para resolver o tipo de problemas como os que trabalharam nas aulas utilizando processos não algébricos.

"I - Saber muita matemática ajuda a resolver todos os problemas?

M - Eu acho que nem para todos, para alguns ajuda muito, mas nem para todos. Se não forem resolvidos algebricamente ainda pior (...)."

Num ensino de resolução de problemas, falar de problemas é condição necessária. De um modo geral, a Maria gostou dos problemas que trabalhou, havendo alguns que podem ser propostos para os alunos do 2º ciclo resolverem. Num ensino de resolução de problemas pensa que os problemas não devem estar forçosamente ligados com os conteúdos, o importante é apresentar problemas de tipos diferentes. De qualquer modo estes vão depender muito do fim que se pretende. A Maria dá um exemplo.

"(...) se eu quiser introduzir sei lá ... equações, resolução de equações, posso pedir aos meninos para me resolverem um problema, e depois introduzir a forma algébrica (...)."

O tempo também foi abordado como sendo um factor relevante a ter em atenção. A Maria pensa que na resolução de um problema se deve dar tempo suficiente para a pessoa pensar e sobretudo deve respeitar-se o ritmo de cada um, o que nem sempre é muito fácil de conciliar. Ela própria fica muito condicionada se quando lhe apresentam um problema lhe mencionam que tem que o fazer num curto espaço de tempo.

"I - Acha que o tempo será importante na execução de um problema ou não?

M - Eu acho que... pronto, dar tempo para a pessoa pensar, respeitar um bocado os nossos ritmos. (...) Se me condicionarem o tempo quase de certeza que não o faço."

Em relação a esta questão, faz referência a um episódio que aconteceu durante o 2º ano, em que tiveram de fazer um teste sobre

problemas, onde cada problema tinha um tempo determinado para ser resolvido. O resultado deste teste foi desastroso, uma vez que o tempo afectou as pessoas psicologicamente. A Maria, apesar de ter conseguido fazer todos os problemas, atribuiu ao tempo os maus resultados dos colegas, pois muitos teriam resolvido maior número de problemas se não fosse o tempo.

Quanto à forma de trabalhar os problemas, individualmente ou em grupo, a Maria defende que os dois processos têm vantagens e desvantagens. Apesar de reconhecer que o trabalho em grupo tem mais vantagens para os alunos mais fracos, pois o trabalho desenvolvido pode servir de "motor de arranque", levanta algumas questões pertinentes. Por um lado, na vida de todos os dias, somos confrontados com problemas que têm de se resolver individualmente. Por outro lado, os alunos são avaliados individualmente e ao trabalharem sempre em grupo, torna-se difícil avaliar a participação individual, além de se sentirem "perdidos" quando passam a resolver problemas sozinhos. De qualquer modo, no processo de ensino-aprendizagem, a Maria pensa que o trabalho em grupo é capaz de ser mais produtivo, apesar de defender também momentos de trabalho individual.

Papel do professor e do aluno. A Maria pensa que um professor que pretenda ensinar resolução de problemas aos seus alunos deve ser um entusiasta e deve sentir-se à vontade. No entanto, não considera tão importante ser um bom resolvedor de problemas. O professor para estar à vontade deve ter conhecimentos sobre vários tipos de problemas, saber planificar um ensino de resolução de problemas e saber várias

estratégias de resolução. O saber muita matemática não é muito importante.

"M - Eu acho que não é muito importante saber muita matemática para resolver problemas.

I - Qualquer pessoa então pode ensinar desde que seja um entusiasta e que tenha os conhecimentos necessários...

M - Eu acho que sim, nem é preciso ser um professor de matemática, sinceramente. (...) Acho que não, acho que desde que as pessoas se apercebam do mecanismo, como se resolve... Eu não sei se é assim muito importante ser professor de matemática [para ser bom resolvidor] (...)"

O papel a desempenhar pelo professor é evidentemente muito importante pois, segundo a Maria, está muito ligado com o sucesso e insucesso do aluno. O professor deve ser sobretudo um orientador dos alunos. Para isso deve começar por criar um clima na aula propício, em seguida fazer perguntas até clarificar o problema, dar pistas, se for preciso, para resolver o problema, discutir possíveis estratégias de resolução, encorajando os alunos a fazer perguntas que os levem à solução.

O que a Maria mais gostou durante o módulo de resolução de problemas foi o poder ser confrontada com vários tipos de problemas. Em virtude de gostar de resolver problemas não sentiu grandes dificuldades durante a sua aprendizagem, tendo gostado particularmente de alguns que lhe foram propostos e achado que alguns talvez não fossem adequados para propôr aos alunos do 2º ciclo uma vez que envolviam muitos cálculos. Sobre outros, achou que eram "maçudos". A

Maria identifica a persistência como uma das características principais a desenvolver para resolver problemas.

Durante as observações foi possível detectar que conseguiu sempre seleccionar estratégias apropriadas e implementá-las com segurança, conseguindo chegar à solução. A Maria, no fim deste módulo, sentia-se mais à vontade e confiante na resolução de problemas, e pensa que lhe foi ensinado o necessário para poder vir um dia a ensiná-los. De tudo o que foi ensinado a Maria salienta que o mais importante para ela foram os hábitos de reflexão que criou, dando-lhe oportunidades para raciocinar logicamente e desenvolver também o espírito crítico em relação à informação que lhe é dada.

Avaliação. Num processo de ensino forçosamente tem que falar-se em avaliação. Este foi um dos temas abordado nas entrevistas. A Maria referiu que é importante avaliar a resolução de problemas. Mas, em relação ao tipo de avaliação a que foi submetida, não concordou que fosse feita através de testes. Em relação ao 2º ano, a avaliação em resolução de problemas resumiu-se apenas a um teste escrito só com problemas para resolver. Sendo o tempo bastante limitado, criou um estado de ansiedade nos resolvidores, que dificultou a execução da actividade. Este ano, 4º ano, a avaliação foi também através de um teste escrito mas incluía apenas um problema e outros tópicos. Contudo este problema era bastante complicado e teve também, pouco tempo para o resolver. Além do mais, a Maria não considerou que um problema fosse representativo para poder avaliar a resolução de problemas. Por outro lado, se a metodologia que se segue nas aulas é trabalhar os problemas

em grupo, não parece muito lógico que depois se faça a avaliação individual.

"(...) [o professor] quando faz a resolução de problemas na sala de aulas normalmente põe os alunos em grupo. Se depois, querem avaliar individualmente o aluno, se calhar não terá grande lógica trabalhar em grupo, não é? Portanto, acho que, quando muito, poderia fazer uma ficha de trabalho em que todos participassem e chegassem a um resultado comum."

Por isso ela propõe que o tipo de avaliação deve estar de acordo com tipo de trabalho que é desenvolvido nas aulas. Se o trabalho é constantemente feito em grupo então a avaliação deverá ser feita ao trabalho do grupo. Quanto à concretização desta proposta ainda tem algumas dúvidas sobre como se poderá operacionalizar. Em relação a outras propostas de avaliação, como relatórios, trabalhos escritos, entrevistas, etc, a Maria exclama de imediato " Eu acho muito bem, só que isso dá uma trabalhadeira para o professor ...". Seria uma experiência interessante mas, para se poder concretizar, seriam necessárias turmas só com dez alunos.

Quanto aos aspectos que devem ser tomados em conta na avaliação da resolução de problemas, a Maria dá relevância à avaliação das estratégias, pois é nesta fase que se detecta a imaginação de cada um, fazendo notar que o processo de resolução tem maior importância relativa do que o resultado final. Num processo de ensino-aprendizagem pensa ser muito importante averiguar se o aluno não consegue identificar uma estratégia de resolução e se manifesta desânimo frequentemente quando resolve um problema.

O ensino no futuro. De modo geral, a Maria achou que o ensino da resolução de problemas foi importante para a sua actividade futura como professora mas, sobretudo, habilitou-a com aspectos metodológicos e com conhecimentos para poder vir a leccionar. Sendo a Maria uma pessoa que gosta de problemas, é natural que os queira utilizar nas suas aulas, o que ela confirma com convicção "Vou, vou, mas vou mesmo". Apesar disso, diz que ainda não se sente muito confiante para ensinar. Pensa que ensinar a resolução de problemas é uma tarefa um pouco difícil. Um dos seus temores reside em não saber qual será a reacção dos alunos a este tema. Se os problemas são difíceis, se ensinar estratégias é complicado, etc.

"(...) não faço uma pequena ideia como é que os alunos reagem à resolução de problemas!".

Apesar de todos os seus temores, tenciona ensinar a resolução de problemas aos seus alunos. Além disso, os novos programas de matemática do 2º ciclo, dão indicações nesse sentido e, como já referiu, a resolução de problemas vai ajudar os alunos a desenvolver o raciocínio e a aprender matemática.

"Se eu achasse que a resolução de problemas não tinha assim grande importância, não ia influenciar muito fortemente a aprendizagem de conceitos matemáticos. se calhar não utilizava a resolução de problemas numa sala de aula."

A metodologia que pensa seguir no futuro com os seus alunos é muito idêntica à que aprendeu. Primeiro utilizaria o método implícito e

numa segunda fase o método explícito. Contudo ainda não tem ideias muito concretas a esse respeito.

Em relação aos problemas que utilizou, pensa aproveitar alguns para o próximo ano e se possível arranjar mais. Sobretudo, pensa explorar os problemas de padrão porque são dos que mais gosta e porque pensa que são importantes para o desenvolvimento do raciocínio dos alunos.

Os alunos serão confrontados com problemas para resolver na sala de aula quer individualmente quer em grupo. Pensa integrar, sempre que apropriado, a resolução de problemas com os conteúdos servindo uns para motivação e outros para aplicação, passando também por actividades extra-curriculares, concursos, trabalhos de casa, etc. Em particular, sobre os problemas como trabalho de casa, pensa ser um meio interessante de desafiar e envolver os pais com a escola...

"(...) mando problemas como trabalho de casa, por ser um desafio para os pais, porque se o pai resolver, depois diz ao menino como é que se faz. Envolve os pais de certo modo. Tenho a certeza que os pais vão gostar e pronto é uma maneira de ligar os pais à escola."

Em relação ao tipo de avaliação que pensa vir a efectuar tudo leva a crer que vá para uma avaliação que contemple quer o trabalho individual quer o trabalho em grupo, não estando ainda muito segura de como é que a vai fazer...

"(...) se calhar individual. Mas, lá está, alternava as duas: o trabalho de grupo com o trabalho individual em casa ..."

Em síntese, as concepções que a Maria manifestou em relação ao ensino-aprendizagem da resolução de problemas de matemática, foi que para ensinar a resolver problemas não é preciso saber muita matemática, apesar do seu ensino poder não ser uma tarefa muito fácil. Contudo é um tema que, de modo geral, é motivante para os alunos, podendo-se aprender matemática enquanto se resolvem problemas de matemática ao mesmo tempo que se desenvolve o raciocínio e o espírito crítico dos alunos. O professor é o grande responsável pelo sucesso e insucesso dos alunos e o seu papel deve ser de um orientador de aprendizagem. Mostrou não ser uma grande defensora do trabalho de grupo e do ensino de estratégias. Quanto à sua experiência como aluna não sentiu nenhuma dificuldade na aprendizagem, considerando o modelo de ensino-aprendizagem de resolução de problemas que aprendeu, um bom modelo de ensino a poder ser utilizado nas suas aulas como professora no futuro.

Da análise da descrição efectuada podemos constatar que à partida a Maria tem todas as condições para poder implementar com sucesso um ensino de resolução de problemas de matemática. Apesar de se achar no fim do módulo mais confiante e segura a resolver problemas, sente-se ainda um pouco receosa de implementar o seu ensino. Tem já uma visão do ensino da resolução de problemas que vai de encontro a algumas das directrizes do que deve ser o seu ensino. Ensinar de uma forma lúdica, contribuindo para o desenvolvimento do raciocínio e do espírito crítico do aluno, em que este é elemento participativo da sua aprendizagem.

A Maria-Professora

Neste ponto pretende-se dar a conhecer a escola e a prática da Maria sobre resolução de problemas e analisar e contrastar relações entre as concepções e as práticas da Maria em resolução de problemas enquanto professora numa escola C+S.

Perfil e Enquadramento

A informação relativa a esta secção foi obtida a partir das entrevistas efectuadas ao longo de um ano lectivo e das notas da investigadora.

A Escola

A escola onde a Maria iniciou a sua actividade como professora profissionalizada é uma das escolas preparatórias da cidade onde reside e onde estudou.

O edifício da escola é pré-fabricado, de um piso, com cerca de 13 anos. O terreno está situado a cerca de 300 m do mar e confina com as instalações dos Estaleiros Navais. Apesar da manutenção, que é feita anualmente, são visíveis as influências marítimas e o passar dos anos. É um edifício frio e húmido. As traquinices dos alunos contribuem para a sua degradação, bastante visível sobretudo nos estores. O barulho, que é produzido pelos estaleiros, o martelar no ferro, etc, já faz parte do

quotidiano. A escola não tem capacidade e condições para o número de alunos, cerca de 600, que a frequentam.

Os recursos da escola são escassos. Em relação à matemática, os materiais de apoio existentes resumem-se a várias caixas de sólidos geométricos e meia dúzia de geoplanos.

Os Alunos

A escola serve uma freguesia que inclui um bairro de pescadores e uma das zonas limítrofes mais pobres e degradadas da cidade. Podemos pois dizer que as crianças, em grande parte, são provenientes de um meio sócio-cultural baixo, onde não existe envolvimento dos pais nas actividades da escola. A maior parte dos encarregados de educação nunca aparece na escola, e, quando aparece, "é só para complicar a vida dos professores". O rendimento escolar pode-se dizer que é normal, sendo em língua Estrangeira, Português e Matemática que existe a maior percentagem de falta de aproveitamento. Esta situação reflecte-se em questões disciplinares, normalmente relacionadas com alunos provenientes das zonas mais degradadas.

O Pessoal Docente e Discente

Presentemente, os professores da escola são todos efectivos e o quadro é fixo, tendo a maior parte residência na cidade. O único professor que ainda não é efectivo é a Maria. Além destes professores, apenas aparecem professores provisórios quando há substituições.

De modo geral os profesores são interessados, esforçando-se por fazer o seu melhor, aderindo a acções de formação quando aparecem.

-- ("desde que não os obriguem a ficar na escola mais tempo além daquele que está distribuído no horário...").

O pessoal discente, no total, é pouco. Alguns elementos da secretaria, tiveram acesso a formação através de acções do CEI, o que permitiu informatizar os serviços administrativos (as faltas, vencimentos, etc.).

A Dinâmica da Escola

Sobre o Conselho Directivo, pode dizer-se que é aberto a qualquer tipo de experiências que tentem melhorar o ensino dando, sempre que possível, o seu apoio.

O conselho pedagógico está na linha do conselho directivo. É formado por um grupo de professores dinâmico que apoia diversas actividades que se desenvolvem na escola tais como a elaboração de um jornal; a realização de várias exposições e a dinamização de clubes de filatelia e informática. O clube de informática é o mais activo e é apoiado pelo Núcleo do Projecto Minerva existente na escola.

Na escola tem havido sempre professores em Formação em Serviço e estágios dos alunos de várias variantes da ESE, o que dá uma certa dinâmica à escola e obriga também os professores a um certo "movimento". Existe também nesta escola uma associação de pais, cuja principal actividade, segundo a Maria, é "descarregar tudo o que se passa na escola contra os professores".

O Grupo

O grupo da Maria é formado por professores profissionalizados que se dividem pela Matemática e pelas Ciências. Neste ano, os professores

só têm horários de Matemática ou só de Ciências, sendo a Maria a única que tem horário misto. As reuniões de grupo são poucas e feitas normalmente em conjunto para a Matemática e as Ciências. Nelas pouco mais se faz, quando se faz, do que identificar o ponto onde se encontra cada um dos professores nos conteúdos dos diversos anos e disciplinas. Planificações não existem. A Maria justifica esta atitude como sendo um grupo que está acomodado, excepção feita apenas para uma professora que se encontra no Conselho Directivo. Em resumo, cada professor faz um pouco o que bem entende.

"Não. Não há absolutamente planificação nenhuma e penso que até nem mesmo a nível de estratégias também nunca se falou nada...eu...a única coisa que se falou foi fazer-se possivelmente lá para a frente uma reunião acerca dos novos currículos, e mais nada. (...) Mas...mas acho que os professores estão muito acomodados, há lá uma professora que não...pronto, mas, mas também é uma professora que está no Directivo "

A Maria

A formação que a Maria obteve na ESE, está vocacionada, nos três primeiros anos, para o 1º ciclo do ensino básico, acompanhada com cadeiras específicas da variante de Matemática/Ciências da Natureza. O último ano do curso é totalmente dedicado ao 2º ciclo do ensino básico. A experiência de ensino que a Maria teve foi o período de estágio efectuado em escolas cooperantes da ESE, durante os 3 primeiros anos do curso, em escolas do 1º ciclo e no último ano numa escola C+S, e antes de frequentar o curso, leccionou Ciências durante três anos. Podemos pois dizer que a Maria não era uma "novata" no ensino, e, talvez por isso, não teve dificuldades em integrar-se na escola.

A Maria ficou com um horário misto, 2 turmas de Matemática do 5º ano e 2 turmas de Ciências do 6º ano, e com aulas distribuídas pela manhã e tarde.

Apesar de ter alguma experiência de ensino, a Maria sentiu algumas dificuldades em conciliar todas as suas actividades. Não nos aspectos científicos nos quais estava segura, e para os quais a formação que teve na ESE foi suficiente, mas na conciliação de 22 horas de aulas, divididas por Matemática e Ciências, mais as preparações prévias, além de ser directora de uma turma. Além disso, a sua maior dificuldade verificou-se em relação ao comportamento dos alunos, que não era aquele que esperava encontrar...

"A nível científico não há problema nenhum. Eu tive muitas dificuldades foi a nível de relação com os alunos. No princípio vi-me um bocado aflita e às vezes ainda tenho alguns problemas com eles. Por princípio não gosto de pôr alunos na rua, acho que nunca pus até nenhum e ... aquela escola é uma escola difícil ... Nós [alunos da ESE] vamos um bocado iludidos porque chegamos às escolas e esperamos encontrar uns meninos modelo e não encontramos meninos modelo ..."

A vivência matemática da Maria fora da sala de aula consiste na colaboração num projecto sobre os países da CEE. Neste projecto tem que contribuir com aspectos matemáticos ligados a cada um desses países. Em relação à sua contribuição matemática para a semana do Luxemburgo, tem o seguinte comentário "Se conseguir relacionar a matemática com o Luxemburgo, também não há nada que não consiga em matemática". Fora da escola, a sua contribuição consiste em dar algumas explicações de matemática e ler alguns artigos da revista

Educação e Matemática e resolver, quando pode, alguns problemas, actividade de que gosta.

A Turma

As observações, efectuadas ao longo do ano, realizaram-se numa turma do 5º ano de escolaridade em duas salas diferentes. Uma das salas era uma sala normal, em que a disposição das mesas variava: ou estavam viradas para o quadro, em quatro filas de duas mesas cada, com as duas filas do meio juntas, ou então organizadas em U. A sala era deficientemente iluminada: alguns vidros estavam substituídos por cartões e a maior parte dos estores não funcionava. A sala era pequena o que dificultava a disposição das mesas para o trabalho de grupo. A outra sala era o laboratório de Ciências, também bastante degradado. Aqui as mesas estavam dispostas em 6 grupos de 4.

Esta turma tem 24 alunos, com mais rapazes do que raparigas. O nível sócio-económico dos alunos é variado pois tem alunos de várias zonas da cidade. Em relação ao aproveitamento é uma turma com aproveitamento médio. Tem alunos bons, sendo um até muito bom, outros menos bons e 3 bastante fracos. Alguns são repetentes do 5º ano e outros já vieram do 1º ciclo com várias repetências. Em relação ao comportamento, era uma turma que tinha um comportamento considerado "péssimo" no princípio do ano, mas que melhorou significativamente ao longo do tempo, comportando-se como uma turma normal. Pôde constatar-se ao longo das observações que a Maria conseguiu "agarrar" a turma e motivá-la.

A Maria e o Ensino da Resolução de Problemas

Nesta secção pretendem-se conhecer as principais concepções que a Maria explicita sobre o ensino da resolução de problemas e o tipo de ensino por ela utilizado. Faz-se também referência a três aulas observadas que se julga serem significativas para tentar perceber a sua prática lectiva, nomeadamente em resolução de problemas.

A informação relativa a esta secção provém das entrevistas, das doze observações efectuadas ao longo de um ano lectivo numa turma do 5º ano de escolaridade e das notas da investigadora.

Concepções

A resolução de problemas. A Maria continua a pensar que foi importante para a sua profissão a sua formação em resolução de problemas, uma vez que ficou com bases para poder ensinar resolução de problemas aos seus alunos.

Por outro lado é importante para os alunos pois permite que estes vão adquirindo determinadas destrezas matemáticas além de desenvolver o raciocínio, o que doutra forma talvez não fosse possível.

Em relação aos programas novos, em particular ao programa do 5º ano de escolaridade, pensa que de um modo geral está sequencialmente bem feito, mas muito extenso, abordando alguns temas de forma muito superficial. Em virtude da sua extensão refere que quem quer cumprir o programa tem pouco tempo para contemplar resolução de problemas, pois esta é uma actividade que leva bastante tempo.

"(...) eu estou por exemplo, no conteúdo sobre as operações. Nas operações nós podemos fazer montes de coisas através de actividades de resolução de problemas. Por exemplo, dar o problema e eles passarem a uma expressão numérica, ou fazer o contrário, dar a expressão numérica e inventarem um problema. Só que isso envolve muito tempo, ... eu por exemplo, neste momento estou ligeiramente atrasada em relação aos meus colegas "

Se a Maria pudesse criar o seu próprio programa de matemática, introduziria a resolução de problemas. Primeiro como motivação dos alunos pois, segundo ela, cria-se uma certa competitividade entre eles que é salutar. Em seguida, como introdução dos conteúdos matemáticos e como aplicação destes, fazendo sempre que possível a ligação com a realidade, o que permitiria uma maior motivação dos alunos. O envolvimento nestas actividades desenvolver-lhes-ia o raciocínio.

"Como é que eu contemplava [a resolução de problemas]? Eu acho ... eu, até pode ser que mude de ideias, mas acho que é interessante, por exemplo para motivar os alunos, introduzir um problema. Pronto, porque suscita "suspense", envolve um certo raciocínio...acho que às vezes até há competitividade entre eles, que eu, por exemplo, acho saudável (...) porque eles gostam de ver quem é que vai acabar primeiro e não sei quê. e...por exemplo para treinar. Os problemas na minha opinião têm a vantagem de utilizar determinado número de conteúdos e fazer a ligação entre a realidade e a matemática (...) Além disso ganham... uma nova visão das coisas, uma certa ordenação. Conseguem raciocionar melhor e tudo isso que já se tinha falado atrás."

Apesar desta visão que tem do lugar da resolução de problemas num programa de matemática, é-lhe difícil conceber um programa de matemática construído à volta de problemas.

Como já tem sido dito, a Maria gosta de problemas e é um pouco por isso que os dá aos seus alunos, mas reconhece que a resolução de problemas é uma actividade que leva muito tempo. Na sua opinião, tanto os programas que estão em vigor como os novos programas são bastante extensos para que se contemple a resolução de problemas. Outro impedimento que retira da sua experiência com o grupo disciplinar da sua escola, relaciona-se com os professores que, de modo geral, estão pouco motivados para as novas tendências do ensino da matemática. De facto, muitos não estão sensibilizados para o ensino e para os objectivos da resolução de problemas .

" [em relação à contemplar a resolução de problemas na sala de aula] Eu acho importante, como já referi. Mas lá está eu para mim acho que o grande problema é o factor tempo. Nós não temos tempo nenhum. Debatemo-nos com muita falta de tempo (...) E para implementar os novos currículos, também já estive a ver, continua a ser sempre ... há muito pouco tempo (...). Além disso, não é com os professores que estão nas escolas que eles vão fazer a nova reforma ... !"

A metodologia. Como já foi referido, na escola da Maria não se planificava em grupo. As suas planificações, feitas individualmente, não eram tão pormenorizadas como as que fazia enquanto aluna. Prepara as aulas não fazendo uma planificação elaborada, mas pensa na selecção de determinadas propostas de trabalho em função dos objectivos pretendidos, dos alunos, do tempo. Para as suas planificações utiliza bastante o manual pois os alunos têm que o trabalhar, mas não se limita a este manual, recorrendo sempre que possível a outras fontes, sobretudo livros, para seleccionar exercícios de aplicação e problemas.

Sempre que pode inclui resolução de problemas nas suas planificações, fá-lo pelos motivos já apontados atrás, e sobretudo porque os alunos, estes alunos que vêm do 1º ciclo, não estão habituados a pensar mas sim a treinar algoritmos.

"I - Porque é que contempla a resolução de problemas nas suas planificações?

M - Por vários motivos, primeiro porque acho que é motivador pronto. Por outro lado, porque acho que existe uma lacuna muito grande nos alunos que vêm do primário, não estão habituados a pensar, eles pura e simplesmente ainda não pensam. Muitos deles, não digo que sejam todos, estão muito habituados a treinar os algoritmos e a pensar não. No fundo o que se depara no dia-a-dia são questões que têm de transformar numa expressão matemática... Acho que é motivador e que enriquece os alunos. Acho, também que eles ficam para além de treinarem todas aquelas destrezas ... Por exemplo, eu estou agora nas operações para além deles treinarem as propriedades permite que fiquem a saber na prática como é, que podem utilizar as propriedades da adição. Acho que os ajuda a interiorizar ... os conceitos."

Uma vez que a Maria pensa ser importante a resolução de problemas no processo de ensino-aprendizagem e de a contemplar nas suas planificações, é natural que se pretenda saber como é que tem ensinado essa actividade aos seus alunos. Essa actividade tem sido explorada em várias situações. Inserida em actividades extracurriculares realizou concursos sobre problemas entre os alunos, usando para o efeito alguns dos problemas que aprendeu durante a sua formação. Nas actividades lectivas, os problemas têm feito parte do trabalho de casa, como fazendo parte da matemática lúdica, e aqui os problemas não estão forçosamente ligados com os conteúdos. As propostas de resolução são

apresentadas na aula seguinte onde muitas vezes, se o problema o permite, aparecem várias resoluções. Além do trabalho de casa fazem parte do desenvolvimento da aula, onde aparecem para introduzir um conteúdo ou então como aplicação desse conteúdo, nas fichas de trabalho. Quando se refere a problema, está a incluir também situações problemáticas.

"Eu, muitas vezes ... muitas vezes eu ponho situações problemáticas em que não envolvo propriamente um enunciado de um problema ... "

A metodologia de ensino de resolução de problemas não é nada estruturada e não é idêntica àquela que aprendeu. Os problemas ou situações problemáticas são propostos aos alunos como introdução de um conteúdo ou como a sua aplicação. Na metodologia que utiliza, cada aluno resolve o problema depois de a Maria o ler para toda a turma, de fazer o levantamento de dados e de terem compreendido o que se pretende. Às vezes são dadas algumas pistas, outras vezes não. Em seguida um aluno vai expôr o seu processo de resolução. Se houver resoluções diferentes são todas apresentadas no quadro. Se ninguém resolve o problema é a professora que o faz. De qualquer modo a Maria não dá sugestões de estratégias a utilizar de um modo explícito. Se há alguém que ainda não percebe, insiste na leitura do problema em voz alta até que apresenta a resolução.

"Eu, normalmente, o que costumo fazer é pedir-lhes para eles [alunos] resolverem e não levanto, não ponho, não dou sugestões acerca das estratégias ... Não costumo dar porque

acho que sugerir uma estratégia, se calhar, é bloqueá-los um bocado ... e eu não queria limitá-los."

A Maria não ensina a resolver problemas através do ensino de estratégias, pois, segundo ela, além de "não simpatizar muito" com este ensino, pensa que bloqueia a criatividade de cada um e o problema ficando rotulado com o nome da estratégia, esse tipo de problemas passa a ser estereotipado e deixa de ser um problema.

"(...) No fundo é isso, não simpatizo muito com isso [ensino de estratégias], porque eu acho que eles depois podem...isto é mesmo assim: há problemas que se resolvem com um esquema e há problemas que se resolvem com uma tabela, etc. e até há problemas que se resolvem com essas coisas todas. E outros que não se resolvem com nenhuma delas e isso vai tirar-lhes uma certa, como hei-de dizer, criatividade. De facto não simpatizo muito...já quando nós aprendíamos aqui [na cadeira de PEAM] era uma coisa que me chateava um bocado era ter de dizer porque era assim (...). E depois também tem uma coisa, quer dizer, o facto de apresentar um problema e dizer que este problema resolve-se de determinada maneira, esse tipo de problemas passa a ser estereotipado e deixa de ser um problema"

É curioso notar que a Maria, apesar de dar resolução de problemas aos seus alunos, diz que já não se lembra do que aprendeu, sobretudo o nome das estratégias e das fases do modelo. A estratégia que a Maria utiliza é a de insistir na leitura do problema, ou do enunciado de qualquer questão matemática, pois afirma que muitos alunos não respondem às questões que lhes são colocadas por não entenderem o que se lhes é pedido.

"Eu leio sempre todas as perguntas do teste, sabe porquê? Porque eu acho que os miúdos vêm com muitos problemas de leitura do primário. Eu ponho a questão, quer dizer, eu estou é a avaliar os conhecimentos que eles têm a matemática. Se calhar não me interessa nada que o menino não resolva o problema só porque não o conseguiu ler. Portanto, eu normalmente faço assim eles são do quinto ano, leem muito, muito mal. Se calhar nunca os ouviu ler porque se os visse ler de certeza que desistia... "

Como a Maria refere, esta insistência na leitura deve-se ao facto de que se o que se pretende avaliar são os conhecimentos matemáticos e se os alunos têm deficiências na leitura, deve-se ajudá-los a ultrapassar esse obstáculo. E, por outro lado, pensa que apesar de tudo, os alunos compreendem melhor e resolvem mais depressa um problema se o lerem.

"Mas ... eu acho que os miúdos conseguem perceber melhor e resolver mais depressa o problema se for o professor a ler ou se for alguém que leia bem...do que se forem eles, não sei porquê... E, penso que ... a preocupação é tal de decifrar o que está escrito que não se preocupam muito com a compreensão do conteúdo."

Os alunos costumam resolver os problemas sózinhos, pois a Maria prefere que eles trabalhem individualmente. Talvez devido ao facto de ela também gostar de resolver problemas sózinha e de haver um impedimento real para o trabalho de grupo devido à dimensão reduzida da sala. Além disso teve uma experiência com trabalho de grupo no início do ano que falhou completamente pois os alunos não se concentraram e também não estavam muito integrados uns com os outros. Outra questão que foi abordada foi do tempo. A Maria reconhece

que a maior parte das vezes não dá tempo suficiente para que todos os alunos resolvam os problemas propostos, assim que a maior parte acaba, vai um ao quadro corrigir.

"Eu acho que se eu pudesse eu ainda dava um bocadinho mais de tempo, para resolver os problemas que lhes proponho. Há alunos que algumas vezes acabam por não perceber muito bem e acho que conseguiam chegar lá todos se tivessem tempo. Muitas vezes eu sou um bocado obrigada, a não dar o tempo que era preciso. Quando a maioria já resolveu então vamos resolver no quadro..."

Papel do professor e do aluno. O papel do professor e do aluno no processo de ensino-aprendizagem, não é abordado espontaneamente. Foi sugerido que se falasse um pouco sobre as dificuldades sentidas durante a abordagem deste assunto com os alunos. A Maria sentiu algumas dificuldades no ensino da resolução de problemas, facto que atribui à sua pouca experiência. A dificuldade que teve, consistiu sobretudo em detectar que há certos problemas que os alunos não conseguem resolver, e fica na dúvida se será o problema que é difícil ou então se terá explicado adequadamente. Mas, de modo geral, pensa que um professor que pretenda ensinar resolução de problemas aos seus alunos deve em primeiro lugar gostar da actividade e ter consciência da sua importância. Não pensa que é necessário ser um bom resolvidor de problemas ou saber muita matemática, pois o entusiasmo ultrapassa isso.

"I - Que características pensa que deve ter o professor para ensinar resolução de problemas?

M - Acho que em primeiro lugar precisa de gostar. Se não gostar não vale a pena. quer dizer, se calhar até vale, mas acho que o entusiasmo do professor ajuda. Tem de ter consciência da

— importância da resolução dos problemas no ensino da matemática. (...) Não acho que seja necessário ser muito bom resolvidor. Eu acho que o entusiasmo ultrapassa isso, porque o grau de dificuldade exigido ali não é assim muito, e mesmo que fosse antes de ir para lá tinha de preparar a aula. Saber muita matemática também não é muito essencial"

O papel do professor no processo de ensino da matemática não é mais do que o de um orientador da actividade que vai dando pistas sempre que for necessário. Uma vez que na sua prática do ensino da matemática a Maria aborda os conceitos através de situações problemáticas, seria interessante saber qual a reacção dos alunos a esta metodologia. Segundo ela, no início do ano, os alunos não reagiram bem, pois não estavam preparados e falar na palavra "problema" era um grande problema em si mesmo, uma vez que associavam aos problemas que aprenderam no 1º ciclo os quais detestaram. Com o passar do tempo e tendo insistido em trabalhar situações problemáticas e problemas, pôde então constatar que os alunos por fim reagiram bem e até gostaram. Contudo, teve de evitar, no início, utilizar a palavra problema senão, como ela diz, "estava o caldo entornado". Analisando a reacção dos seus alunos, verificou que aqueles que sabem mais matemática, ou seja, aqueles alunos que respondem sempre às questões matemáticas normais de sala de aula, não são os melhores a resolver problemas. Excepção feita apenas para um aluno, pois é bom em matemática e em resolução de problemas. De modo geral a maior dificuldade dos alunos reside na tradução do problema para linguagem matemática, que atribui ao facto de terem pouco treino na passagem da linguagem corrente para a matemática e vice-versa e à interpretação do enunciado do problema, e

também à falta de organização da informação. No entanto, quando se lhe pede para enumerar algumas características que o aluno deve ter para ser bom resolvidor de problemas, tem certa dificuldade pois não consegue ainda dizer porque é que alguns alunos falham. Contudo diz que, em primeiro lugar, o aluno deve gostar de resolver problemas mas que isto só não chega. Adianta ainda que deve ser conciso e ser observador. Quando se fala de que a resolução é uma arte, a Maria concorda pois tem alguns alunos que confirmam isso, ou seja tem alguns "artistas" em resolução de problemas, muito poucos, mas tem. Nesta perspectiva de ensino que a Maria manifesta de que para se poder ensinar ou aprender algo tem que se gostar do que se está a fazer, em relação aos seus alunos, ela esforça-se no sentido de lhes proporcionar um ensino mais interessante, diversificando o mais possível as aulas, e motivando-os para a disciplina através da resolução de problemas que vai fazendo nas aulas e mandando como trabalho de casa, estando estes últimos sobretudo ligados a actividades lúdicas.

Avaliação. Uma vez que a resolução de problemas não é dada como um módulo do programa de matemática, a Maria avalia o aluno de uma forma global. De qualquer modo dentro da metodologia que utiliza nas suas aulas, em que os problemas e/ou situações problemáticas são dados para os alunos resolverem em diversas situações, como introdução de conteúdos, aplicação de conteúdos, trabalho de casa, etc, pensa que o que pode avaliar é a evolução do aluno, sobretudo através de observação, ver como ele raciocina, saber donde parte até onde chega, isto é, avaliar por observação o processo de resolução usado. Os testes têm sempre um problema ou situação problemática.

Em síntese, as concepções que a Maria manifesta em relação à resolução de problemas estão intimamente ligadas à importância que lhe dá. Acreditando que no ensino de qualquer tópico matemático o aluno deve estar envolvido e interessado, desenvolveu um ensino dinâmico da matemática através da resolução de problemas que além de ser um bom meio de os motivar é importante para a formação do aluno, pois ajuda-o a pensar e a raciocinar. Achou a resolução de problemas uma actividade que, apesar de ser difícil quer para o professor quer para o aluno, desde que bem trabalhada pode trazer grandes benefícios ao aluno. Pensa que as características principais que o professor e o aluno devem ter à partida é o gosto pela actividade apesar de reconhecer que não é suficiente. A dificuldade nos alunos residiu sobretudo na interpretação do enunciado das propostas de trabalho assim como da transferência de linguagem corrente para a linguagem matemática. Diz que abordou a resolução de problemas sempre de modo a motivar os alunos, quer para introdução de conteúdos quer como aplicação dos mesmos e até apenas com o único intuito de os divertir quando propôs problemas para casa que nada tinham a ver com conteúdos. Usou uma metodologia de ensino muito própria, de certo modo idêntica ao método implícito de resolução de problemas que aprendeu durante a sua formação, apesar de já não se lembrar dos métodos, estratégias, etc, que aprendeu. Deu sobretudo ênfase ao trabalho individual, porque pensa ser mais vantajoso e por este ter sido mais conveniente. A Maria faz um balanço positivo neste primeiro ano de leccionação conseguindo que no fim do ano grande parte dos alunos resolvessem problemas com gosto e

sucesso, o que se traduziu num bom aproveitamento geral da turma no fim do ano.

Analisando o que foi dito, parece que a Maria limita bastante o que deve ser o ensino da resolução de problemas uma vez, que no fundo só dá importância à compreensão do problema.

Práticas

Durante esta fase do estudo foram observadas doze aulas de Matemática do 5º ano de escolaridade distribuídas pelo ano escolar, entre Novembro de 1991 e Junho de 1992. A Maria revelou uma maneira de estar muito semelhante em todas as aulas, mostrando-se bastante segura na leccionação dos tópicos de matemática do 5º ano. Também não foi sentido que a Maria estivesse em tensão ou nervosismo pela presença da investigadora nas aulas .

Globalmente pode dizer-se que durante as doze aulas que foram observadas, não se detectaram diferenças significativas na metodologia de ensino utilizada, apesar de ter presenciado todo o tipo de aulas que um professor pode dar: aulas de correcção de teste, correcção de trabalho de casa, aulas práticas, resolução de fichas de trabalho e fichas formativas, aulas de introdução de conteúdos e aulas de revisão, exceptuando a aula destinada para testes escritos de avaliação, e de terem percorrido quase todos os tópicos de matemática do 5º ano. O diálogo entre professor e aluno é uma constante nas aulas da Maria, quer sejam de introdução de conteúdos ou de qualquer outro tipo, tornando as aulas bastantes dinâmicas e participativas, onde é difícil alguém não se envolver.

A turma tem pouco mais de vinte alunos e em geral não é bem conceituada pelos restantes professores quer em relação ao comportamento como ao aproveitamento. Contudo o mesmo não se passa na opinião da Maria. No início das observações que começaram em Novembro, tinha a Maria dois meses de trabalho com estes alunos, e pode-se dizer que o comportamento da turma não era dos melhores, com alguns alunos bastante desatentos e a conversar uns com os outros, com a Maria a tentar dar o seu melhor. Contudo com o passar dos dias começou-se a notar uma melhoria significativa no comportamento dos alunos que começaram a estar mais atentos e mais participativos, tendo às vezes até certa dificuldade em seleccionar quem é que poderia ir ao quadro ou mesmo responder às questões postas na aula. As aulas decorriam com muita vivacidade e os alunos tinham à-vontade suficiente para colocar as dúvidas quando não percebiam, faziam os trabalhos de casa que a professora marcava e corrigiam-nos atentamente. Muitas vezes tocava a campainha para sair e a maioria ficava ainda a acabar o seu trabalho. Havia aulas que eram destinadas a tomar o leite. Nessas ocasiões, o aluno escalonado para o serviço inicia a distribuição sem os trabalhos serem interrompidos, notando-se apenas uma ligeira agitação, pouco significativa.

Uma aula-tipo seguia a sequência: sumário da aula anterior, correcção do trabalho de casa, que normalmente havia todos os dias, introdução de um conceito seguida de vários exemplos ou então era uma aula prática de aplicação de conceitos aprendidos em aulas anteriores. Na maior parte do tempo a aula era conduzida no quadro, com a Maria explicando e dialogando com os alunos que tomavam notas ou seguiam o

livro; a outra parte destinava-se a esclarecer dúvidas quando solicitada enquanto os alunos trabalhavam individualmente nos seus lugares. Na sua preparação de aulas, a Maria utilizava outras fontes além do manual, tendo o cuidado de que a informação que escrevia no quadro estivesse de acordo com a que estava no manual. O aluno era obrigado a ter o manual pois era um objecto de trabalho, que consultava para recordar factos que porventura já não se lembrava e para corrigir o trabalho de casa, além de servir de apoio ao estudo individual fora da escola. As propostas de actividades nas aulas eram em geral de outra fonte, e eram ditadas pela professora, ou estavam em ficha de trabalho que era distribuída pelos alunos ou então estavam escritas num acetato que era projectado, sobretudo quando propunha actividades que envolviam desenhos ou esquemas. Este último modo de apresentar as actividades de trabalho era de muito agrado dos alunos, pois a professora de Matemática era a única que usava o retroprojector com certa frequência. As aulas de introdução de algum conceito começavam sempre, as que foram assistidas, pela proposta de um problema ou situação problemática que os alunos teriam de resolver. A partir deste problema dava o salto para o conceito o que nem sempre era feito de um modo directo dependendo da natureza desses conceitos.

A participação do aluno na aula era constante, quer oralmente quer por escrito, no quadro ou no lugar. Os trabalhos no lugar eram efectuados individualmente, podendo ser confrontados uns com os outros; só depois ia um ao quadro apresentar a sua resolução. O trabalho de casa era, em geral, corrigido por um aluno que ia ao quadro, com os alunos no lugar a confrontar as suas respostas com as do quadro. Quando

havia diferenças, os alunos colocavam de imediato as suas dúvidas que a Maria esclarecia.

Da parte da Maria e dos alunos existe uma afinidade mútua. Facilmente se percebe que a Maria gosta da turma assim como os alunos gostam da professora. A Maria apresenta uma certa tolerância em termos disciplinares, não deixando ultrapassar os limites: há momentos de boa disposição. Quando há barulho excessivo ela interpela os alunos não agressivamente os quais acatam quase de imediato as suas ordens. Era raro elevar a voz, quer para se fazer ouvir quer para os mandar calar.

As quatro primeiras aulas que foram observadas, trataram do conteúdo Conjuntos. Para introduzir os alunos neste conteúdo a Maria iniciou-os começando por resolver um problema. Quando a professora disse aos alunos que ia propôr um problema para eles resolverem, estes ficaram entusiasmados ouvindo-se exclamações de contentamento por parte de alguns alunos do tipo "Setora são daqueles que tem mandado para casa?". Esta exclamação mostra claramente que os alunos estavam habituados a resolver problemas e que gostavam. O problema só foi proposto na segunda parte da aula, uma vez que a primeira parte foi gasta na correcção do teste escrito. Portanto nesta aula ficou-se pela leitura e compreensão do problema. Este tratava de uma situação em que, uma família constituída pelo pai, mãe e dois filhos, tendo horários de trabalho diferentes, lhe assaltam a casa. A questão é saber qual o intervalo de tempo em que os ladrões poderão ter assaltado a casa. A sala desta aula foi o laboratório de Ciências, estando os alunos dispostos em cinco grupos. A Maria tentou fazer compreender o problema, através

de perguntas de forma que os alunos concluíssem que para a casa ser assaltada não poderia estar ninguém em casa. Depois de esclarecer o que o problema pretendia, foi grupo a grupo ouvindo as dúvidas de cada um. Entretanto tocou, e a conclusão do problema ficou para trabalho de casa que foi corrigido na aula seguinte. Nesta aula, foi um aluno ao quadro que explicou que o que fez" Fui procurar espaço livre onde encaixasse,..... onde não houvesse ninguém em casa". A professora esclareceu para a turma, e o aluno prossegue...

"Tive de ver onde há gente em casa. Até às 10:20 há sempre, depois fui ver quem voltou depois das 10:20, só às 11:30, ..."

A professora, para melhor esclarecimento da turma, recorre a um esquema onde escreve as horas desde as 8h até às 19h e conforme o aluno vai lendo o depoimento de cada pessoa marca no esquema os espaços que traduzem o intervalo de tempo em que estão pessoas em casa. Por fim, os alunos, olhando para o esquema, facilmente veem o intervalo de tempo em que não está ninguém em casa. A partir deste problema, salta para a definição de conjunto e formas de definir um conjunto, com os alunos bastante atentos à explicação. Este episódio revela que a Maria propõe problemas aos seus alunos, tornando a aula interessante e viva, com os alunos motivados e bastante participativos.

Outro episódio em que se pode observar mais situações como esta, é o que se segue. Em relação a este mesmo conteúdo dos Conjuntos, assistiu-se a duas aulas em que se ia tratar os Subconjuntos e onde a Maria fez a introdução deste conceito com um problema que os alunos gostaram imenso. A primeira aula iniciou-se pela correcção do trabalho de casa que levou algum tempo, sobre questões relacionadas com

- representação de conjuntos em extensão e compreensão, e conjuntos finitos e infinitos. É então que é proposto um problema em acetato bastante colorido. Os alunos ficam de imediato cativados.

"Na gelataria do bairro haviam quatro sabores de gelados diferentes: uva, cereja, morango e maçã. Quantos gelados de dois sabores diferentes pode o Pedro comprar?"

O acetato tem por baixo de cada sabor o fruto respectivo bastante colorido e o Pedro indeciso pelo sabor a escolher. Os alunos compreenderam perfeitamente o problema, não foi preciso esclarecer nada. A Maria deu alguns minutos para cada um tentar resolver. Entretanto toca e o problema é retomado na aula seguinte, com a Maria a perguntar quem quer ir ao quadro, levantando-se bastantes alunos. O escolhido expôs o seu raciocínio: o que tinha a fazer era pegar nos vários exemplares de frutos recortados que estavam sobre a mesa e colocá-los no retroprojector de modo a formar os vários pares de sabores possíveis. Este problema não teve dificuldade, fazendo a professora notar que a ordem dos sabores para as condições do problema não interessava. Depois desta apresentação usando objectos, passou para o quadro onde um aluno apresenta uma solução através de um diagrama. Em seguida passa para a linguagem formal de conjuntos, fazendo ver aos alunos que as soluções não são mais de que subconjuntos que é possível formar com dois elementos do conjunto inicial dos quatro sabores. Por fim passa para a representação em diagrama de Venn do conjunto e subconjunto, tendo como suporte o problema inicial.

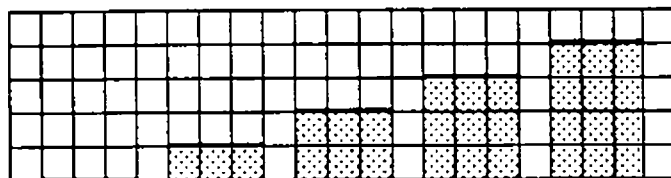
Este episódio revela uma vez mais a motivação e a introdução de um conteúdo através de um problema motivador para os alunos, e além disso a abordagem da resolução de problemas por um método implícito de ensino de estratégias. Pois podem ser identificadas algumas, estratégias de resolução de problemas como, usar objectos e fazer um esquema. Toda a aula decorreu em diálogo sucessivo entre professor-alunos.

Poder-se-iam relatar imensos episódios que são reveladores do empenho dos alunos nas actividades propostas assim como do ensino da matemática de uma forma dinâmica, através do recurso a situações problema. É de referir ainda mais um episódio em relação ao tema Múltiplos. As notas que se seguem dizem respeito à aula sobre "Múltiplos de um Número" que decorreu em Março:

"No início da aula, enquanto a Maria escreve o sumário da aula anterior no quadro, entra um funcionário com o retroprojector. Quando acaba de escrevê-lo, diz:

"Passem o sumário da aula anterior".

Enquanto os alunos passam o sumário, ela também o escreve no livro de ponto seguindo-se a chamada dos alunos. Como não há trabalho de casa para corrigir, dá início à aula, ligando o retroprojector, onde se encontra um acetato com uma situação em gráfico para os alunos observarem. O acetato mostra uma grelha, da qual se transcreve apenas uma parte, pois o original tem oito colunas:



Dirigindo-se à turma pergunta:

"Observem esta grelha. Conseguem dizer quantos quadrados tem o último rectângulo desenhado?"

Os alunos respondem: "21".

E a Maria prossegue:

"E o anterior?"

"18" - respondem os alunos.

"E os anteriores?"

E ouve-se sucessivamente os alunos dizerem em coro, 15, 12, 9, 6, 3, 0.

"Reparem que a partir dos rectângulos temos sucessivamente

0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21 "

E escreve no acetato por baixo dos rectângulos.

"Outra representação de cada um destes numerais é por um produto de factores, quais?"

Dirige-se então para o quadro escreve de novo a sequência 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21 e à medida que os alunos vão respondendo vai escrevendo por baixo de cada número o produto correspondente, começando da esquerda para a direita

"0	3	6	9	12	15	18	21
3x0	3x1	3x2	3x3	3x4	3x5	3x6	3x7

A estes números que resultam de multiplicar um número inteiro por três, chamam-se os múltiplos de 3"

"O que serão então os múltiplos de m? São os números resultantes de quê?"

Responde de imediato o "Pimentinha", o melhor aluno da turma:

"São os números resultantes da multiplicação de m por qualquer número inteiro."

Em seguida pede à turma:

"Escrevam cinco múltiplos de 4 "

Um aluno diz:

" 4, 8, 12, 16, 20."

Há alunos que não percebem porque é que o 4 é múltiplo de 4. A Maria esclarece que resulta de multiplicar 4 pelo inteiro 1. Em seguida pergunta:

"4 será o menor múltiplo de 4?"

Outro aluno responde:

"Não, é o 0"

" E porquê?"

"Porque resulta de multiplicar 4 por 0."

E continua:

"Será que há algum número que é múltiplo de si próprio?"

Alguns alunos dizem sucessivamente

"4 é múltiplo de 4", "3 é múltiplo de 3"...

A aula vai continuando, a explorar as propriedades dos múltiplos. Marca trabalho para casa, e entretanto toca."

Esta aula foi uma das que a Maria não utilizou propriamente um problema mas uma situação que foi problemática para os alunos, conseguindo que eles chegassem à definição de múltiplo de um número.

Em síntese de todas as aulas assistidas, foi notório ter sido criado espaço para a descoberta, criatividade, discussão e argumentação na maior parte das actividades propostas aos alunos, onde a participação dos alunos através da comunicação oral foi bastante estimulada e explorada assim como situações de erro, estando de um modo geral os alunos envolvidos nas aulas. Houve uma certa preocupação para que a Matemática não aparecesse como algo feito e acabado utilizando a abordagem possível da resolução de problemas para este nível de ensino. Em relação ao ensino da resolução de problemas, pode dizer-se que foi explorado através de um ensino implícito, onde os problemas apareciam grandemente para introdução de conteúdos. No desenrolar da aula a Maria funcionava como elemento orientador de actividades dando pistas e esclarecendo as dúvidas que se iam levantando. Verificou-se que, ao longo de um ano lectivo, a Maria foi desenvolvendo um trabalho com os seus alunos que os levou a gostarem de Matemática e de resolver problemas. Apesar de a turma não ser brilhante era bastante interessada e participativa. Apenas um aluno não teve aproveitamento.

Análise Global Comparativa das Concepções da Maria enquanto Aluna e enquanto Professora com a Prática

Neste ponto, depois de conhecer as concepções da Maria enquanto aluna e as concepções e práticas da Maria enquanto professora em relação à resolução de problemas de matemática, pretende-se analisá-las comparativamente, procurando evidenciar as principais diferenças (inconsistências).

A Matemática

As concepções que a Maria manifestou em relação à matemática e ao seu ensino, como aluna e como professora, parecem consistentes com o tipo de actividade matemática que desenvolveu nas suas aulas.

A Maria tinha uma visão dualista da matemática, a matemática "prática" e a matemática do "raciocínio". A actividade matemática da Maria na sala de aula comprova esses dois aspectos. Contudo é dada relevância à matemática do "raciocínio", pois nas suas aulas são dadas propostas desafiadoras aos alunos que os obrigam a pensar, em que o diálogo entre o aluno e o professor é uma constante, e em que aquele é levado a descobrir determinados factos e a fazer as sínteses pretendidas. Além disso tenta fazer sempre que possível a ligação do que aprendem com a realidade, recorrendo para o efeito a problemas e a situações problemáticas do dia-a-dia, e que vão de encontro aos interesses do aluno.

O seu gosto pela matemática e a sua segurança científica, que manifestou enquanto aluna, são visíveis durante a sua prática na sala de aula. Conforme referiu, durante as entrevistas já professora, não fazia planificações detalhadas, o que foi comprovado durante as observações; contudo notava-se no desenrolar da aula que tinha havido um trabalho prévio. Este trabalho traduziu-se num certo cuidado nomeadamente na escolha de actividades, não se limitando às sugestões do livro de texto, mas recorrendo a outras fontes que são sobretudo livros e alguns recursos a que teve acesso durante o curso. O não ter um plano rígido de trabalho, permitiu que as aulas se desenrolassem segundo as suas perspectivas, mas um pouco ao ritmo dos alunos, onde estes tinham oportunidades de participar, o que se traduziu num clima de descontração e de à vontade.

A Resolução de Problemas

Quando a Maria diz, quer enquanto aluna quer já como professora, que gosta de resolver problemas, está a ser consistente com a sua actividade como professora.

Como se observou é prática da Maria dar problemas para os alunos resolverem não só na aula mas também fora dela, para trabalho de casa e em concursos que faz com os alunos. Estas actividades são consistentes com aquilo que enquanto aluna referia: um bom meio de motivar os alunos e quebrar um pouco a auréola negativa que envolve os problemas. Em relação aos problemas que levavam para casa, um dos

objectivos era também envolver os pais, o que fez com que muitos deles mandassem pelos filhos problemas para a professora resolver!

É interessante verificar a consistência que manifesta nas suas concepções sobre uma tarefa que teve de preencher por três vezes, uma enquanto aluna, outra no início da sua actividade como professora e a terceira no fim do ano, como professora. Ela foi perfeitamente consistente ao identificar como características principais da resolução de problemas pelas três vezes: ser uma actividade desafiante, útil, interessante e dinâmica, sem ser muito complicada.

O Ensino da Resolução de Problemas

As concepções que a Maria manifesta sobre o ensino da resolução de problemas de matemática são consistentes na globalidade com aquilo que desenvolve na prática.

Quando a Maria, ainda aluna, em relação a ensinar no futuro resolução de problemas aos seus alunos, afirma categoricamente que "Vou, vou, mas vou mesmo", está a ser perfeitamente consistente com a sua prática, pois contemplou largamente esta vontade nas suas aulas. Quando diz que pensava utilizar os problemas para a introdução de conceitos e também servir-se deles para mostrar até que ponto a matemática pode ser útil, é bastante consistente com a sua prática. Tendo também referido que a resolução de problemas desenvolve o raciocínio e o espírito crítico dos alunos, verificou-se que a sua actividade na sala de aula estava grandemente direccionada para este objectivo. Mostrou que o professor pode ser um orientador da actividade

matemática do aluno. Ao longo das entrevistas afirmou que a abordagem da matemática com problemas era uma boa motivação para os alunos; de facto os alunos da turma observada comprovaram que tinha razão.

Em relação aos aspectos mais metodológicos do ensino da resolução de problemas a Maria também é consistente quando afirma não ser uma grande defensora do trabalho de grupo e do ensino de estratégias. O trabalho de grupo é contemplado "forçadamente", quando as aulas são no laboratório. Apesar de enquanto aluna ter manifestado que talvez usasse os dois métodos de ensino implícito e explícito, ou talvez deixasse os alunos fazer os problemas livremente, mostrou ser consistente com esta última alternativa. A questão das estratégias é interessante de analisar pois a Maria, numa tarefa que realizou enquanto aluna e enquanto professora, foi coerente por duas das três vezes ao afirmar que expôr de um modo explícito estratégias de resolução de problemas seria um dos aspectos do ensino da resolução de problemas a dar menos ênfase, convicção esta que se vai traduzir na sua prática lectiva. Outro aspecto a ter em atenção, nas três vezes que teve de realizar uma tarefa, é que no ensino de resolução de problemas se deve variar o tipo de problemas e estimular o aluno a reflectir sobre o processo de resolução efectuado, e nota-se que a opinião da Maria vai variando progressivamente no sentido de dar mais importância a estes aspectos à medida que se vai distanciando da situação de aluna. A Maria justifica este facto dizendo que " A gente agora [como professora] vai sentindo necessidade de fazer essas coisas". Contudo, na prática, não é detectado que desse grande importância à reflexão sobre o processo de resolução efectuado pelo aluno.

A segurança científica que a Maria denota talvez influencie a concepção que ela tem sobre o ensino da matemática que a leva a privilegiar a resolução de problemas de um modo diferente daquele que aprendeu.

Os Agentes

A Maria quis ser médica e acabou por ser professora de Matemática e Ciências da Natureza, dizendo que se possível frequentará o curso de Matemática na Universidade, podendo-se dizer que se tornou numa boa professora de Matemática. Quando no início do estudo referiu que tinha optado por ser professora porque um professor tem grandes responsabilidades no sucesso ou insucesso dos alunos, e pensava poder contribuir para melhorar o ensino da matemática, provou ser capaz de o fazer, quando conseguiu que o insucesso a matemática na turma de observação fosse muito baixo. Conseguiu manter uma relação com os alunos afectuosa, mostrando ter capacidades para motivar os alunos controlá-los. É de salientar que a Maria era vista pelos colegas de grupo como uma professora que passava as aulas a "brincar" com os alunos, uma vez que lhes propunha muitos problemas que não tinham nada a ver directamente com a matéria e algumas vezes recorria a material. Logo, o grupo não influenciou negativamente a concepção que a Maria tinha do que deveria ser o ensino da matemática.

CAPÍTULO VI

CONCLUSÕES

Neste capítulo são apresentadas as conclusões deste estudo, começando por se apresentar um breve resumo da investigação efectuada. Serão referidas as limitações que foram consideradas mais relevantes, assim como sugeridas algumas recomendações.

Resumo

O presente estudo pretendia averiguar que relações existem entre as concepções e práticas dos alunos de uma Escola Superior de Educação, em relação à resolução de problemas de matemática, enquanto alunos e depois como professores para, deste modo, poder contribuir para um melhor conhecimento e compreensão do problema em estudo de modo a eventualmente propôr possíveis mudanças quer curriculares quer pedagógicas. Partiu-se do pressuposto que o professor é uma pessoa activa, com uma perspectiva pessoal sobre a realidade e na sua relação com essa realidade. Por isso a sua interpretação, actuação ou comportamento não são só mera reacção a estímulos exteriores, mas também baseados em aspectos mais complexos, por exemplo, em estímulos de natureza conceptual que é de algum modo específica e

modificável. Por isso qualquer tentativa para melhorar a qualidade do ensino, e em particular do ensino da resolução de problemas de matemática, deve começar por compreender quais as concepções que os futuros professores têm e como se relacionam com a sua prática pedagógica.

O objectivo deste estudo consistia em tentar identificar e descrever as concepções manifestadas por alunos de um curso de formação inicial de professores do ensino básico em relação à resolução de problemas de matemática, assim como as práticas manifestadas depois como professores, evidenciando as suas características mais importantes, nomeadamente as semelhanças, diferenças e contrastes encontrados nos participantes, e possíveis (in)consistências. Para isso definiram-se como principais questões do estudo :

(1) Que concepções revelam os futuros professores relativamente à resolução de problemas de matemática?

(2) Que concepções e práticas, em relação à resolução de problemas de matemática e ao seu ensino, revelam os participantes no início da sua carreira docente?

(3) Que relações existem entre as concepções e práticas dos participantes enquanto alunos e enquanto professores?

(4) Como é que se poderão explicar as relações entre as concepções e práticas dos participantes?

Os dados relativos aos dois participantes no estudo foram recolhidos durante cerca de ano e meio em dois contextos diferentes: um, na escola de formação dos participantes enquanto estes eram alunos a frequentar um módulo de resolução de problemas e outro na

escola, onde os participantes já como professores leccionavam a disciplina de matemática. Estes dados resultaram fundamentalmente da observação das aulas e das entrevistas aos participantes enquanto alunos e enquanto professores ao longo do estudo. A análise dos dados, que foi iniciada após a sua recolha, foi orientada pelos objectivos deste estudo e foi-se organizando em categorias para operacionalização das questões em estudo.

Conclusões

Depois da descrição e da análise global dos dois estudos de caso, poderemos sintetizar os resultados de acordo com as questões da investigação, tentando explicá-los em conformidade com os resultados obtidos por outros investigadores e sugerindo-se algumas explicações.

1. Esta investigação permitiu concluir que a dificuldade, que os dois participantes no estudo manifestaram, em falar abertamente das suas concepções em relação à matemática e à resolução de problemas, são consistentes com os dados que Ponte (1992) identificou em estudos efectuados sobre concepções em relação à matemática em Portugal, os quais mostravam que são assuntos sobre os quais os participantes não têm vivências intensas nem estão habituados a reflectir.

2. Tanto o Rui como a Maria dizem que a Escola Superior de Educação os preparou adequadamente de modo a leccionarem

matemática sem dificuldades, nomeadamente na área da resolução de problemas.

3. O que os participantes pensam da resolução de problemas está fortemente dependente do que pensam sobre o que é a matemática. Esta conclusão também é consistente com outros investigadores (Ernest, 1991) quando referem que os professores têm concepções muito diferentes acerca da matemática e que consequentemente a resolução de problemas também é compreendida de diferentes modos de acordo com essas concepções.

4. Podemos concluir que as concepções que os dois participantes no estudo manifestaram em relação à resolução de problemas e ao seu ensino, se podem resumir no seguinte: (1) identificam problema e resolução de problemas com matemática; (2) atribuem grande importância à resolução de problemas que consideram útil para ensinar os alunos a raciocinar; (3) consideram que a resolução de problemas pode ser um meio de "dar" matemática, motivando os alunos; (4) consideram que para ensinar resolução de problemas não é necessário saber muita matemática; e (5) consideram que ensinar resolução de problemas não é uma tarefa fácil.

5. Enquanto alunos, ambos os casos, manifestaram vontade em ensinar resolução de problemas aos seus alunos.

6. Não se detectaram inconsistências entre as concepções dos participantes enquanto alunos e depois como professores em relação à resolução de problemas de matemática.

7. As concepções que ambos os participantes manifestaram em relação à matemática, têm subjacente uma visão dualística da

matemática: a matemática prática, que está ligada aos cálculos, e a matemática do raciocínio, ligada aos problemas. Esta visão dualística da matemática parece ser predominante nos resultados da investigação (Matos, 1992; Shoenfeld, 1989). O ensino da matemática do Rui, desenvolve-se seguindo um percurso rotineiro e pouco estimulante, enquanto o ensino da Maria, seguia um percurso mais diversificado e estimulante.

8. Parece poder concluir-se que existe inconsistência entre as concepções sobre o ensino da matemática e da resolução de problemas com a sua prática. Utilizando a classificação de Ernest (1991), no Rui é a visão instrumentalista que é consistente com a sua prática, pois tem um ensino prescritivo da matemática que consiste em "lançar" factos e regras que os alunos treinam para dar resposta a uma tarefa específica e onde os problemas são "treinados". Este resultado é também referido por Thompson (1982) no caso de Lynn. Na Maria é a visão dinâmica da matemática que é consistente com a sua prática, isto é, a matemática do raciocínio, mais ligada a actividades de resolução de problemas, onde a matemática é um processo a juntar ao conhecimento. Este resultado é também identificado por Thompson (1982), no seu caso Kay. Esta dualidade, que parece coexistir nos dois participantes do estudo, é também referida por Schoenfeld (1989) num estudo que efectuou sobre convicções dos alunos sobre a matemática num contexto de resolução de problemas.

9. Consistente com os resultados já obtidos por outros investigadores, este estudo permitiu descobrir que as concepções dos

professores não estão relacionados de um modo simples com a sua prática na sala de aula (Thompson, 1982).

10. Detectou-se no caso do Rui que, em situações de resolução de problemas, as concepções que ele tem, nomeadamente da sua importância no ensino da matemática, não são consistentes com a sua prática; parecem dirigidas por outros factores que esta investigação não conseguiu detectar, mas que levantam algumas hipóteses: (a) *experiência em resolução de problemas?* De facto, o passado escolar matemático do Rui foi do tipo tradicional, onde o ensino de resolução de problemas não era abordado da mesma maneira que foi defendido durante o módulo de resolução de problemas que ele teve durante o curso. Provavelmente esse ensino tradicional marcou-o fortemente. Conforme refere Schoenfeld (1989) num estudo que efectuou sobre concepções dos alunos em contexto de resolução de problemas de matemática, estes, em situações de resolução de problemas, tendem muito mais a ter um comportamento que é seguido pelas experiências anteriores do que pelas convicções que possam vir a ter; (b) *a escolarização?* O Rui apresenta um tipo de ensino que nada tem a ver com aquele a que ele foi submetido, no módulo onde era aluno e onde se efectuaram observações. Há investigadores que sugerem que os professores aprendem a ensinar primeiramente por observação dos seus professores ao longo dos anos da sua escolarização (Bush, 1989; Thompson, 1992). Neste caso, o tipo de ensino do Rui talvez fosse idêntico aquele a que foi submetido durante a sua escolarização no ensino básico e secundário; (c) *o contexto social?* A turma do Rui estava inserida num meio bastante degradado, com alunos bastante turbulentos e fracos que

foram um obstáculo à concretização dum tipo de ensino que ele afirmava que gostaria de praticar. Esta situação é referida também por Cooney (1983) no caso de Fred, que tem conflitos entre o que ele pensa que deve ser a matemática, numa dimensão de resolução de problemas e o que acontece na realidade, apontando também vários obstáculos para a concretização dessas perspectivas; (d) *o efeito de socialização?* O Rui refere que o seu grupo disciplinar é bastante diversificado, desmotivado e deslocado reunindo poucas vezes por ano e que nunca ouviram falar de resolução de problemas. Thompson (1992) refere o contexto social no qual o ensino da matemática tem lugar e o efeito de socialização do grupo de professores da mesma escola. Os professores dos mesmo grupo apesar de terem concepções diferentes acerca da matemática e do seu ensino, muitas vezes adoptam práticas idênticas; (e) *o manual escolar?* As aulas do Rui seguiam muito de perto o manual escolar, que no caso era um livro bastante tradicional; apenas refere problemas de tradução no fim de cada tópico. A influência do manual escolar na tomada de decisões, por parte dos professores em início de carreira, é referida por Bush (1986) e também por Grouws et al. (1990), como sendo uma das fontes que os professores recorrem normalmente.

11. Detectou-se, no caso da Maria, que as concepções sobre resolução de problemas de matemática, que foi manifestando ao longo do estudo, foram coerentes com a sua prática. A investigação não permitiu detectar se o curso teve alguma influência nessa consistência. Como o Rui, a Maria também foi sujeita a um tipo de ensino tradicional durante o ensino básico e secundário e o ensino sobre de resolução de problemas foi o mesmo, pois pertenceram durante três anos do curso à

mesma turma. Um facto curioso que se detectou é que durante o curso, na ESE, foram ensinados modelos e estratégias de ensino que poderão ajudar um resolvedor a atacar um problema; contudo, a Maria abordou a resolução de problemas de uma forma muito particular, não utilizando nada do que lhe foi ensinado. Quando confrontada com esta questão diz que não utilizou porque já não se lembrava. O facto é que ela limita o que deve ser o ensino da resolução de problemas, pois dá grande importância à compreensão do problema. No entanto, as suas aulas de matemática eram desenvolvidas dentro de uma dinâmica de resolução de problemas.

12. Detectou-se que as opções dos participantes pelo curso como saída profissional foram "forçadas", pois a integração num curso de professores de Matemática não foi a primeira opção tanto num caso como no outro. Apesar de ambos os participantes gostarem de Matemática e terem tido facilidade em se relacionar com esta disciplina ao longo da sua escolaridade e de gostarem da profissão, pensam, no caso do Rui, vir a tirar o Curso de Química que é do que ele gosta, e, no caso da Maria, de vir a frequentar um curso de Matemática na Universidade. Em qualquer dos casos não se pode afirmar até que ponto a escolarização, quer anterior ao curso quer a obtida no curso, possa ter influenciado as concepções dos participantes em relação à matemática e à resolução de problemas, como referem outros investigadores relativamente à importância do passado escolar dos professores na formação das suas concepções sobre a matemática (Bush, 1982; Guimarães, 1988; Thompson, 1982). No caso do Rui, a sua prática não é consistente com as concepções que foi manifestando ao longo das

entrevistas, isto é, quer quando era aluno quer depois como professor, sobre o que deveria ser o ensino da resolução de problemas. O caso da Maria é diferente, pois é consistente com as concepções que foi manifestando ao longo do estudo sobre o que é para ela é o ensino da resolução de problemas de matemática e onde aplica, apesar de ser de um modo diferente, as ideias básicas que lhe foram ensinadas durante o módulo de resolução de problemas.

Comparando o caso da Maria e do Luis poder-se-á concluir algo? Ambos frequentaram um curso que não foi a 1ª opção; ambos foram submetidos ao mesmo ensino, ambos defendiam a resolução de problemas nas aulas de matemática. No entanto só a Maria foi consistente com as suas concepções. A Maria era uma aluna de nível Bom, enquanto o Rui era um aluno de nível Suficiente. Terá o contexto social exercido alguma influência? Tanto a turma da Maria como a do Rui, estavam inseridas em meios degradados, apesar de uma ser em meio citadino e outra rural. Terá o grupo disciplinar exercido alguma influência? Terá sido a turma? Tanto a turma do Rui como a da Maria eram turmas difíceis no início do ano lectivo, contudo a Maria conseguiu agarrar a turma. O grupo da Maria tinha outra dinâmica e uma composição diferente da do Rui, mas as planificações também não eram abordadas em promenor pelo grupo nem estavam mais informados do que o grupo do Rui em relação à resolução de problemas de matemática. Terá sido o manual escolar? O Rui utilizava-o para preparar as aulas, e aquele estava muito dentro dos padrões tradicionais. A Maria, para a preparação das suas aulas, não se limitava ao manual adoptado, que estava melhor elaborado do que o do Rui, mas procurava sempre outras

fontes.

Os aspectos mais relevantes dos dois casos estão sintetizados na Tabela 6.

Tabela 6
Características Gerais dos Casos

Rui	Maria
Aluno Curso não por opção Aluno Bom Dificuldade em falar Visão dualística da matemática: a dos cálculos e a do raciocínio Matemática-Resolução de problemas Resolução de Problemas-raciocínio Resolução de Problemas-motivação Resolução de Problemas-tarefa não fácil Preparação adequada para leccionar	Aluno Curso não por opção Aluno Suficiente Dificuldade em falar Visão dualística da matemática: a dos cálculos e a do raciocínio Matemática-Resolução de problemas Resolução de Problemas-raciocínio Resolução de Problemas-motivação Resolução de Problemas-tarefa não fácil Preparação adequada para leccionar
Professor Escola rural em meio degradado Grupo s/habilitações e deslocado Preparação de aulas com manual Visão instrumentalista da matemática Concepções não consistentes com a prática	Professor Escola citadina em meio degradado Grupo c/habilitações e fixo Preparação de aulas com manual/outras Visão dinâmica da matemática Concepções consistentes com a prática

Limitações

Nesta secção são apresentadas algumas limitações do estudo, e que devem ser consideradas, na leitura das conclusões do estudo.

1. Neste estudo a resolução de problemas restringiu-se apenas a resolução de problemas de matemática.

2. As conclusões apresentadas dizem respeito apenas a alunos/professores de uma instituição de formação inicial de professores, especificamente uma Escola Superior de Educação.

3. O contexto de trabalho na 1ª fase foi realizado apenas durante a regência do módulo de Resolução de Problemas.

4. A observação de aulas decorreu numa única turma do professor, durante a 2ª fase do estudo.

Poderão eventualmente não ter sido presenciadas situações diferenciadas relativas à actuação do professor face à resolução de problemas com outros alunos.

5. Aceita-se existir interferência da investigadora no objecto em estudo, se se partir do pressuposto de que a investigadora também é um professor, com uma interpretação pessoal da realidade. Poderá assim ter provocado interferência do objecto em estudo, desde o delienamento do estudo até à análise dos dados.

6. A investigação utilizou apenas dois casos.

Embora não houvesse intenção, desde o início da investigação, de fazer qualquer tipo de generalização das conclusões, se se tivessem estudado mais casos com características diversas, poderiam, eventualmente obter-se conclusões mais esclarecedoras.

7. Para o investigador a diferença entre resolução de problemas de matemática e matemática continua em aberto.

Se matemática é resolução de problemas, é difícil caracterizar uma sem falar na outra.

8. Para o investigador nem sempre foi claro distinguir aprendizagem de resolução de problemas de matemática de resolução de problemas em si mesmo.

9. As questões durante as entrevistas, em grande parte, estavam directamente ligadas com a problemática da resolução de problemas, seu significado, ensino e aprendizagem.

Tomando como princípio que "matemática" e "resolução de problemas" têm o mesmo significado, as questões deveriam ter-se debruçado mais sobre o que os participantes pensavam sobre a matemática e o seu ensino.

10. O facto da maioria da literatura ser de língua anglo-saxónica tornou difícil a tradução de alguns termos, destacando-se o termo *beliefs*.

11. Foram utilizados poucos "episódios" durante as entrevistas.

O recurso a mais episódios teria estimulado as discussões acerca da matemática e da resolução de problemas.

12. Alguns instrumentos, o registo em vídeo e os guiões de observação dos alunos em resolução de problemas, tornaram-se irrelevantes na recolha de dados.

13. Sentiu-se grande dificuldade no manuseamento e organização da enorme quantidade de dados recolhidos, nomeadamente na categorização e na análise .

Recomendações

As conclusões a que se chegou após terminar este estudo, permitem que sejam sugeridas algumas recomendações. Elas são de dois tipos: uma em relação à natureza da investigação e outra em relação aos procedimentos adoptados.

1. Se as concepções dos professores têm um papel importante na interpretação da realidade educacional e no seu desempenho na sala de aula, como vários autores têm sugerido (Bush, 1982; Ernest, 1991; Guimarães, 1988; Thompson, 1992), recomenda-se mais investigação nesta área. É importante também que se inicie esse estudo nos cursos de formação inicial de professores para averiguar até que ponto as suas concepções são modificáveis. A investigação qualitativa parece permitir estudar problemas desta natureza, como alguns investigadores sugerem (Lester, 1985; Thompson, 1982), tendo permitido identificar as diferenças individuais dos participantes envolvidos neste estudo.

2. Em relação às observações recomenda-se que se efectuem mais e em aulas e momentos diferentes, de modo a perspectivar melhor a actuação do professor, e que sejam seguidas de esclarecimentos por parte dos participantes. Em relação às entrevistas recomenda-se utilizar mais episódios, questões para comentar quer gerais quer da sala de aula, e problemas e/ou situações problema para analisar e discutir, de modo a permitir evidenciar as concepções por parte dos participantes.

REFERÊNCIAS

- Abrantes, P. (1986). *Porque se ensina Matemática, perspectivas e concepções de professores e de futuros professores*. Trabalho não publicado, apresentado no âmbito das provas de aptidão pedagógica e capacidades científicas. Lisboa: Universidade de Lisboa.
- APM (1988). *Seminário da Renovação de Currículos de Matemática*. Lisboa:APM.
- Bardin, L. (1977). *Análise de Conteúdo*. Lisboa: Edições 70.
- Begle, E. & Gibb, G. (1980) Why do Research?. In NCTM (Ed.). *Research in Mathematics Education*. Reston: NCTM
- Branca, N. (1980). Problem Solving as Goal, Process and Basic Skill. In Krulik, S e Reys, R. (Eds.). *Problem Solving in School Mathematics*. Reston:NCTM.
- Brophy, J. (1986). Teaching and Learning Mathematics: where research should be going. *Journal for Research in Mathematics Education*, 17(5), 323-346

- Bush, W. (1986). Preservice Teacher's Sources of Decisions in Teaching Secondary Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 17(1), 21-30.
- Burton, L. (1984). *Thinking Things Through*. Oxford: Basil Blackwell Ltd.
- Carpenter, T. (1989). Teaching as Problem Solving. In R. Charles e E. Silver (Eds.). *The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving*. Reston: NCTM & LEA.
- Charles, R. (1982) . A Instructional System for Mathematical Problem Solving. *Problem Solving in the Mathematics Classroom*. Alberta: MCATA.
- Charles, R. (1985). The Role of Problem Solving. *Arithmetic Teacher*, 32, 6, 48-50.
- Charles, R. (1991). *A Mathematics Problem Solving Course for Elementary and Middle School Teachers*. Trabalho apresentado na conferência Information Technology and Mathematical Problem Solving Research. Instituto Politécnico de Viana do Castelo

- Charles, R., & Lester, F. (1986). *Mathematical Problem Solving*. Springhouse: Learning Institute.
- Charles, R., Lester, F. & O'Daffer, P. (1987). *How to evaluate progress in Problem Solving*. Reston:NCTM
- Chisko, A. & Davis, L. (1986). The Analytical Connection: Problem Solving across the Curriculum. *Mathematics Teacher*, 79 (8), 592-596.
- Clark, C. & Peterson, P. (1986). Teacher's Thought Processes. In Wittrock (Ed). *Handbook of Research on Teaching*. New York: Macmillan.
- Clark, C. (1988). Asking the Right Questions about Teacher Preparation: Contributions of Research on Teacher Thinking. *Educational Researcher*, 17 (3), 5-12.
- Cooney, T. (1983). Espoused Beliefs and Beliefs in Practice: The Cases of Fred and Janice. In PME (Eds). *Proceedings of the Fifth Annual Meeting*. Montreal: PME.
- Cooney, T. (1985). A Beginning Teacher's View of Problem Solving. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16 (5), 324-336.

- Erickson, F. (1986). Qualitative Methods in Research on Teaching. In M. Wittrock (Ed). *Handbook of Research on Teaching*. New York: Macmillan.

- Ernest, P. (1989). The Knowledge, Beliefs and Attitudes of the Mathematics Teacher: a model. *Journal of Education for Teaching*, 15 (1), 13-33.

- Ernest, P. (1991). *Problem Solving: Its Assimilation to the Teacher's Perspective*. Trabalho apresentado na conferência Information Technology and Mathematical Problem Solving Research. Instituto Politécnico de Viana do Castelo

- Fernandes, D. (1988). *Comparison of the Effects of Two Models of Instruction on the Problem-Solving Performance of Preservice Elementary School Teachers and on their Awareness of the Problem-Solving Strategies they Employ*. Dissertação de doutoramento. College Station : Texas A&M University.

- Fernandes, D. (1989a). Perspectivas de Renovação em Educação Matemática. In H. Guimarães & E. Veloso (Eds). *Actas do ProfMat 89.*, vol I, 5-16.

Fernandes, D. (1989b). Aspectos Metacognitivos na Resolução de Problemas em Matemática. *Educação Matemática*, (8), 3-6.

Fernandes, D. (1991a). Resolução de Problemas e Avaliação. In Universidade de Aveiro (Ed.). *Actas do 2º Encontro Nacional de Didácticas e Metodologias e Ensino*, 275- 286.

Fernandes, D. (1991b). *Examining Effects of Heuristic Processes on the Problem-Solving Education of Preservice Mathematics Teachers*. Trabalho apresentado na conferência Information Technology and Mathematical Problem Solving Research. Instituto Politécnico de Viana do Castelo

Fernandes, D. (1992). Resolução de Problemas: Investigação, Ensino, Avaliação e Formação de professores. In IIE (Ed.). *Educação Matemática*. Lisboa: IIE.

Flavell, H. (1976). Metacognitive Aspects of Problem Solving. In L. B. Resnik & R. Glaser (Ed). *The Nature of Intelligence*. London: LEA.

Flener, F. (1990). Can Teachers Evaluate Problem Solving Ability? *Proceedings 14th Mathematics Education Conference, México*.

Gagné, E. (1985). *The Cognitive Psychology of School Learning*. Boston: Little, Brown and Company.

Gagné, R. (1977). *The Conditions of Learning*. New York: Holt, Rinehart and Winston.

Garofalo, J. & Lester, F. (1985). Metacognition, Cognitive Monitoring and Mathematical Performance. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16 (3), 163-176.

Garofalo, J. (1987). Metacognition and School Mathematics. *Arithmetic Teacher*, 34(9), 22-23.

• Goetz, J. & LeCompte, M. (1984). *Ethnography and Qualitative Design in Educational Research*. Orlando: Academic Press.

Grouws, D., Good, T. & Dougherty, B. (1991). Teacher Conceptions about Problem Solving and Problem-Solving Instruction. *Proceedings 14th Mathematics Education Conference*, México.

• Guimarães, H. (1988). *Ensinar Matemática: Concepções e Práticas*. Tese de Mestrado não publicada. Departamento de Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

Guimarães, H. (1992). Concepções, Práticas e Formação de Professores. In IIE (ed.). *Educação Matemática*. Lisboa: IIE:

Hatfield, L. (1978). Heuristical Emphases in the Instrucion of Mathematical Problem Solving: Rationales and Research. In L Hatfield & D. Bradbard (Eds.). *Mathematical Problem Solving: Papers from Research Workshop*. Ohio: ERIC/SMEAC.

Isaac, S. & Michael, W. B. (1981) *Handbook in Research and Evaluation*. San Diego: Editors

Johnson, S. (1980a). The Research Process. In NCTM (Ed.). *Research in Mathematics Education*. Reston: NCTM.

Johnson, S. (1980b). Types of Research. In NCTM (Ed.) *Research in Mathematics Education*. Reston: NCTM

Kansky, J. (1987). Problem Solving in Mathematics Education: A missing Component of the Teacher education Curriculum. *Proceedings of the Sino-American on Secondary Mathematics Education Seminar*. Taiwain.

Kantowski, M. (1977). Processes Involved in Mathematical Problem Solving. *Journal for Research in Mathematics Education*, 8 (3), 163-180.

- Kantowski, M. (1980). Some thoughts on Teaching for Problem Solving. In Robert E. Reys (Ed.). *Problem solving in School Mathematics*. Reston: NCTM.
- Kantowski, M. (1990). *Processes Involved in Mathematical Problem Solving*. Tese de doutoramento. Michigan: UMI.
- Kenny, R. & Grotelueschen, D. (1980). *Making the Case for Case Study*. Artigo não publicado. Urbana-Champaign: College of Education, University of Illinois.
- Kilpatrick, J. (1985). A Retrospective Account of the past twenty-five years of Research on Teaching Mathematical Problem Solving. In E. Siver (ed.). *Teaching and Learning Mathematical Problem Solving: Multiple Research Perspectives*. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates
- Kloostermann, P. & Stage, F. (1989). *Measuring Beliefs about Mathematical Problem Solving*. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association. San Francisco.
- Krulik, S. & Rudnick, J. (1982). Teaching Problem Solving to Preservice Teachers. *Arithmetic Teacher*, 29(6), 42-43.

- Kulm, G. (1980). Research on Mathematics Attitude. In R. Shumway (Ed.). *Research in Mathematics Education*. Reston: NCTM
- LeBlanc, J. (s/d). Elementary Teacher Education Focus: Problem Solving. *Arithmetic Teacher*, 31,3,8-10.
- LeBlanc, J., Proudfit, L. & Putt, I. (1980). Teaching Problem Solving in the Elementary School. In Krulik, S e Reys, R. (Eds.). *Problem Solving in School Mathematics*. Reston:NCTM.
- Lee, K. (1982). Fourth Grades' Heuristic Problem Solving Behavior. *Journal for Research in Mathematis Education*, Março.82, 110-123
- Lester, F. & Garofalo, J. (1985). Metacognition, Cognitive Monitoring and Mathematical Performance. *Journal for Research in Mathematical Education*, 26 (3), 163-176.
- Lester, F. (1980a). Research on Mathematical Problem Solving.In R. J. Shumway (Ed). *Research in Mathematics Education*. Reston: NCTM.
- Lester, F. (1980b). Problem Solving: Is it a Problem?. In M. Lindquist (Ed.). *Research in Mathematics Education*. Reston: NCTM:

- Lester, F. (1983). Trends and Issues in Mathematical Problem Solving Research. In R. Lesh & M. Landau (Eds.). *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*. New York:Academic Press.

- Lester, F. (1985). Methodological Considerations in Research on Mathematical Problem-Solving Instruction. In E. A. Silver (Ed). *Teaching and Learning Mathematical Problem Solving: multiple research perspectives*. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates

- Ludke, M. & André, M. (1986). *Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas*. São Paulo: EPU.

- Mason, J., Burton, L. & Stacey, K. (1990). *Thinking Mathematically*. Wokingham: Addison-Wesley Publishing Company.

- Matos, J. F. (1991). *Logo na Educação Matemática: um estudo sobre as concepções e atitudes dos alunos*. Tese de doutoramento não publicada. Lisboa: Faculdade de Ciências.

- Matos, J. F. (1992). Atitudes e Concepções dos Alunos: Definições e Problemas de Investigação. In IIE (Ed.). *Educação Matemática*. Lisboa: IIE.

- Mayer, R. (1985). Implications of Cognitive Psychology for Instruction in Mathematical Problem Solving. In E. Silver (Ed.) *Teaching and Learning Mathematical Problem Solving: multiple research perspectives*. Hillsdale: Erlbaum.
- Merriam, B. (1988). *Case Study Research in Education. A Qualitative Approach*. San Francisco: Jossey-Bass Publishers.
- Ministério da Educação (1991). Organização Curricular e Programas- 2º ciclo.
- Ministério da Educação (1991). Organização Curricular e Programas- 3º ciclo.
- NCSM (1977). *Summary of the National Council of Supervisors of Mathematics position paper on basic skills*. Washington: Author.
- NCTM (1980). *An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics of the 1980's*. Reston: Author.
- NCTM (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston: NCTM.

Newell, A. & Simon, H. (1972). *Human Problem Solving*. New Jersey: Prentice-Hall.

Noddings, N. (1985). Small Groups as a Setting for Research on Mathematical Problem Solving. In E. Silver (Ed) *Teaching and Learning Mathematical Problem Solving: multiple research perspectives*. Hillsdale: Erlbaum.

• Patton, M. (1980). *Qualitative Evaluation Methods*. Newbury Park: Sage.

• Pinto, J. & Silva, A. (1986). *Metodologia das Ciências Sociais*. Porto: Afrontamento.

Polya, G. (1973). *How to Solve it*. Princeton: Princeton University Press.

Polya, G. (1980). On Solving Mathematical Problems in High School. In Krulik, S e Reys, R. (Eds.). *Problem Solving in School Mathematics*. Reston: NCTM.

Polya, G. (1981). *Mathematical Discovery*. New York: John Wiley and Sons.

Polya, G. (1987). On Learning, Teaching and Learning Teaching. In NCTM (Ed). *Teaching and Learning*. Reston: NCTM

- Ponte, J. (1987). A Matemática não é só cálculo e mal vão as reformas curriculares que a vêem como simples disciplina de serviço. *Educação e Matemática*, 4, 5-6.
- Ponte, J. (1991a). Resolução de Problemas: da Matemática às Aplicações. In Universidade de Aveiro (Ed.). *Actas do 2º Encontro Nacional de Didácticas e Metodologias e Ensino*, 287-296.
- Ponte, J. et al. (1991b). *O processo de experimentação dos novos programas de Matemática. Um estudo de caso*. Lisboa: IIE.
- Ponte, J. (1992). Concepções dos Professores de Matemática e Processos de Formação. In IIE (Ed.). *Educação Matemática*. Lisboa: IIE
- Proudfit, L. (1990). *The Examination of Problem-Solving Processes by Fifth-Grade Children and its Effect on Problem-Solving Performance*. Michigan: UMI.
- Putt, I. (1978). *An Exploratory Investigation of two Methods of Instrution in Mathematical Problem Solving at the Fifth Grade Level*. Tese de doutoramento. Indiana: Indiana University.
- Romberg, T. & Carpenter, T. (1986). Research on Teaching and Learning Mathematics: Two disciplines of Scientific Inquiry. In M.C.

Wittroch (Ed.). *Handbook of Research on Teaching*. New York: Macmillan.

Schatzman, A. & Strauss, A. (1974). *Field Research for a Natural Sociology*. New Jersey: Prentice Hall.

Schoen, H. & Oehmke, T. (1980). A New Approach to the Measurement of Problem-Solving Skills. In Krulik, S e Reys, R. (Eds.). *Problem Solving in School Mathematics*. Reston: NCTM.

Schoenfeld, A. (1979). Explicit Heuristic Training as a Variable in Problem Solving Performance. *Journal for Research in Mathematics Education*, 10, (3), 173-187.

Schoenfeld, A. (1980). Heuristics in the classroom. In Krulik, S e Reys, R. (Eds.). *Problem Solving in School Mathematics*. Reston: NCTM.

Schoenfeld, A. (1985a). *Mathematical Problem Solving*. London: Academic Press, Inc.

Schoenfeld, A. (1985b). Metacognitive and Epistemological Issues in *Mathematical Problem Solving: multiple research perspectives*. Hillsdale: Erlbaum.

- Schoenfeld, A. (1987). What's all the fuss about metacognition?. In Alan H. Shoenfeld (ed.). *Cognitive Science and Mathematics Education*. Hillsdale: Lawrencw Erlbaum.
- Schoenfeld, A. (1989). *Explorations of Student's Mathematical Beliefs and Behaviors*. Journal for Reseach in Mathematics Education, 20(4), 338-355.
- Shulman, L. (1985). On Teaching Problem Solving and Solving the Problems of Teaching. In E. A. Silver (Ed). *Teaching and Learning Mathematical Problem Solving: multiple research perspectives*. Hillsdale: Erlbaum.
- Silver, E. (1985). Research on Teaching Mathematical Problem Solving: some under represented themes and needed directions. In E. A. Silver (Ed). *Teaching and Learning Mathematical Problem Solving: multiple research perspectives*. Hillsdale: Erlbaum.
- Spradley, J. (1979). *The Ethnographic Interview*. New York: Holt, Rinehart and Winston.
- Stake, E. (1978). The Case Study Method in Social Inquiry. *Educational Researcher*, 7, 5-8.

- Stake, E. (1981). Case Study Methodology: An Epistemology Advocacy. In W.W. Welsh (Ed). *Case Study Methodology in Educational Evaluation*. Minneapolis: Minnesota Research and Evaluation Center.
- Stanic, G. & J. Kilpatrick. (1989). Historical Perspectives on Problem Solving in the Mathematics Curriculum. *The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving*. Reston: NCTM & LEA.
- Thompson, A. (1982). *Teachers' Conceptions of Mathematics and Mathematics Teaching: three Case Studies*. Tese de doutoramento não publicada. Athens: University of Georgia.
- Thompson, A. (1985). Teacher's Conceptions of Mathematics and the Teaching of Problem Solving. In E. Silver (ed.). *Teaching and Learning Mathematical Problem solving: Multiple Research Perspectives*. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates
- Thompson, A. (1989). Learning to Teach Mathematical Problem Solving: Changes in Teachers' Conceptions and Beliefs. In R. Charles e E. Silver (eds.). *The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving*. Reston: NCTM & LEA.

Thompson, A. (1992). Teachers' Beliefs and Conceptions: A Synthesis of the Research. In D. A. Grouws (ed.). *Handbook of Research in Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan.

Vale, I. & Delgado, J. (1990). *A Resolução de Problemas*. Trabalho não publicado no âmbito da cadeira de Modelos de Ensino-Aprendizagem, do mestrado em Educação, da Universidade de Lisboa.

Woods, P. (1987). *La escuela por dentro—La Etnografía en la Investigación Educativa*. Barcelona: Paidós.

Yin, R. (1989). *Case Study Research: Design and Methods*. London: Sage .

ANEXOS

Anexo 1

QUESTIONÁRIO

Nome :

Data de nascimento : ... /... /... Estado civil : Solteiro [] Casado []

Situação presente : Estudante Professor

1. Background acadêmico

2. Experiência profissional

3. Habilitações acadêmicas dos pais

4. Habilitações acadêmicas dos irmãos

5. Enumere revistas ou jornais que leia normalmente

6. Liste programas de televisão que veja regularmente

7. Que tipos de actividades gosta de fazer quando tem tempo disponível

8. Perante uma revista de matemática indique qual a secção (secções) que de imediato lhe chamam a atenção: história, divulgação, recursos para as aulas, investigação, passatempos (jogos, puzzles, problemas) e outras

9. Se ainda é aluno, diga em que nível é que está interessado em dar aulas

10. Indique a frequência aproximada com que resolve problemas

Muito frequente

(uma vez por semana)

frequentemente

(uma vez por mês)

Raramente

(algumas vezes por ano)

11. Indique a(s) razão principal porque escolheu ser professor do ensino básico

Viana do Castelo, ... de ... de 1991

Anexo 2
1ª fase

GUIÃO - 1

Alguns tópicos para a 2ª entrevista, a seguir à 1ª observação

- TAREFA 1

- Como veio parar a um curso de Matemática?
- O que é que gosta na Matemática
- Refira um episódio que descreva uma situação problema que tenha vivido nos últimos tempos
- Que adjectivos utilizaria para definir
 - . A si próprio
 - . De um modo geral, como pensa que as pessoas o descrevem
 - . Como pensa que os seus colegas, o descrevem
 - . Matemática
 - . Problema
- Que achou da aula?
- Concorda com tudo o que foi dito?

Comente as questões que foram postas na aula

- Num problema o que acha mais importante, o processo ou o resultado?
 - Acha que se ensina a resolver problemas?
 - Há problemas que podem fazer mal?
 - Acha que os problemas devem estar relacionados só com os conteúdos ou não? Justifique.
 - Os problemas devem ser resolvidos sózinhos ou em grupo? Que tem a dizer.
- Esclarecer alguns pontos do questionário

GUIÃO - 2

Alguns tópicos para a 3ª entrevista, a seguir à 2ª observação

- TAREFA 2

- Que pensam os seus colegas da matemática?
- Que achou da aula?
- Como se sentiu ? Como encarou as actividades propostas? Qual a que mais lhe agradou?
- Concorda com tudo o que foi dito?
- No 2º ano já falou de Resolução de Problemas, há algum episódio que tenha acontecido no 2º ano no qual não se tenha sentido bem?
- Que diz sobre esta metodologia de ensino da resolução de problemas? Ajudou-o a resolver mais problemas
- Que acha do tipo de problemas que lhe foram apresentados? Difíceis? Adequados para serem apresentados a alunos do 2º ciclo?
- Tenciona vir a ensinar resolução de problemas aos seus alunos? Porquê?
- Que pensa do ensino de estratégias? Ajudam ou tiram algo à resolução?
- Que faria de diferente se tivesse que dar neste momento aulas?
- De todos os aspectos relacionados com a resolução de problemas quais acha importantes serem ensinados e aprendidos?
- Se tivesse que fazer um programa de Matemática, contemplava a resolução de problemas? Como? Porquê?
- Acha que é importante a resolução de problemas para a sua formação como professor de matemática? Porquê?
- Que dificuldades sentiu durante todo o processo de ensino sobre resolução de problemas?
- Que características deve ter um professor para ensinar resolução de problemas?

Esclarecer algumas questões da TAREFA 1

GUIÃO - 3

Alguns tópicos para a 4ª entrevista

- TAREFA 3

- Há algum episódio que se tenha passado durante estas aulas que merça ser destacado?
- Será que o preparação matemática é importante para a resolução de problemas?
- Será que a preparação matemática que têm desde o secundário é importante?
- Agora, neste momento, sente-se mais à vontade a resolver problemas do que se sentia? Porquê?

Esclarecer algumas questões da TAREFA 2 e 3

GUIÃO - 4

Alguns tópicos para a 5ª entrevista

- TAREFA 4 e TAREFA 5

- Que achou do processo de avaliação sobre resolução de problemas que foi utilizada durante as aulas? Compare com o ano anterior?
- Há algum episódio relacionado com a questão da avaliação que mereça ser revelado?
- Se vier a dar resolução de problemas quando leccionar, que tipo de avaliação pensa vir a fazer?
- O que é um problema?
- O que pensa ser a resolução de problemas?
- Sente-se confiante para vir a ensinar a resolver problemas?

Esclarecer algumas questões das TAREFAS 4, 5 e 6

2ª fase

GUIÃO - 1

Alguns tópicos para a 1ª entrevista

(Não fazer referência às aulas)

- Caracterização da turma
 aproveitamento/comportamento
- Caracterização do grupo
 profissionalizados/interesse/planificações em conjunto/normas
- Caracterização da escola
 localização/ professores/ alunos/ encarregados de educação/
empregados
- O que pensa dos programas do 5º e 6º ano de escolaridade?
- O que aprendeu como aluno na ESE, preparou-o para leccionar? Deu-lhe
perspectivas?
- Faz planificações? Sózinho/em grupo?
- Contempla a resolução de problemas nas suas planificações? Porquê?
- Que diz sobre a metodologia de ensino da resolução de problemas que aprendeu? É
util? Contempla-a nas suas planificações?
- De todos os aspectos relacionados com a resolução de problemas quais acha
importantes serem ensinados? Quais as suas preocupações?
- Há algum episódio que tenha acontecido no decorrer das aulas interessante?

TAREFAS

GUIÃO - 2

Alguns tópicos para a 2ª entrevista

- Acha que é importante a resolução de problemas para a sua formação como professor de matemática? Porquê? E para o aluno?
- Qual a função da resolução de problemas num programa de ensino de matemática?
- Se tivesse que fazer um programa de Matemática, contemplava a resolução de problemas? Como? Porquê?
- Acha que se ensina a resolver problemas?
- É fácil ou difícil ensinar a resolver problemas? Porquê?
- O que é na resolução de problemas difícil para os alunos?
- Ensina resolução de problemas aos seus alunos? Porquê?
- Se sim, como é que o faz?- Que tipo de problemas tem feito com os alunos? Mostre-me.
- Utiliza um processo semelhante aquele que aprendeu?
- Refira um episódio no qual se tenha sentido bem a dar aulas?
- Refira um episódio no qual se tenha sentido mal a dar aulas?

GUIÃO - 3

Alguns tópicos para a 3ª entrevista

- Ensina-se a resolver problemas?
- Que dificuldades sentiu durante todo o processo de ensino sobre resolução de problemas?
- Que características deve ter um professor para ensinar resolução de problemas?
- Que pensa que contribui para ser bom resolvidor de problemas, e o que faz pensar assim?
- Será que a preparação matemática é importante para a resolução de problemas?
- Refira um episódio que lhe permita averiguar se um aluno é ou não bom resolvidor de problemas?
- Os problemas devem ser resolvidos sósinhos ou em grupo? Que tem a dizer.
- Acha o tempo importante na execução de um problema?
- Quais os aspectos mais relevantes a serem avaliados na resolução de problemas?
- Que tipo de avaliação pensa fazer?
- Sente-se confiante para (continuar a) ensinar a resolver problemas?

TAREFAS

Anexo 3

Tarefas

Nome:.....

Data:.... /... /...

Início:horas

Final:horas

Estudante []

Professor []

TAREFA 1

O professor como resolvidor de problemas

Responda, por favor, a cada um dos itens seguintes, assinalando em **a**, se concorda fortemente; em **b**, se concorda; em **c** se discorda; em **d**, se discorda fortemente; e em **e**, se está indeciso. Marque apenas uma das 5 opções para cada um dos itens. Leia cuidadosamente e dê a sua resposta de imediato.

a= concordo fortemente

b= concordo

c= discordo

d= discordo fortemente

e= indeciso

Indique o seu grau de concordância em relação às afirmações seguintes:

- | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1. Gosto de fazer puzzles e passatempos fora da escola | a | b | c | d | e |
| 2. Costumo participar em concursos que envolvem actividades deste tipo | a | b | c | d | e |
| 3. Não é divertido fazer problemas | a | b | c | d | e |
| 4. Tenho medo de resolver problemas | a | b | c | d | e |
| 5. Tento sempre resolver qualquer problema | a | b | c | d | e |
| 6. Sinto-me à vontade a resolver problemas | a | b | c | d | e |
| 7. Ainda que os problemas demorem muito tempo a resolver, não me aborreço | a | b | c | d | e |
| 8. Continuo a resolver, até conseguir uma resposta | a | b | c | d | e |
| 9. Se não resolver um problema rapidamente, não desisto | a | b | c | d | e |
| 10. Quando não consigo, dou uma resposta qualquer | a | b | c | d | e |
| 11. Quando não consigo, desisto | a | b | c | d | e |

12. Perante um problema, começo logo a resolvê-lo, sem o ter lido muito cuidadosamente	a	b	c	d	e
13. O que gosto mais é de problemas complicados	a	b	c	d	e
14. Compreendo melhor um problema se mo lerem	a	b	c	d	e
15. A maior parte dos problemas são difíceis para mim	a	b	c	d	e
16. Há problemas, que nem tento fazer-los	a	b	c	d	e
17. Necessito sempre de ajuda para resolver qualquer problema	a	b	c	d	e
18. Se me esforçar, consigo resolver problemas	a	b	c	d	e
19. Gosto de resolver problemas sozinho	a	b	c	d	e
20. Gosto de resolver problemas em grupo	a	b	c	d	e
21. Em relação aos meus colegas sou bom a resolver problemas	a	b	c	d	e
22. Gosto de resolver problemas	a	b	c	d	e
23. Acho que se aprende matemática, quando se resolve problemas	a	b	c	d	e
24. Acho que se pode aprender a resolver problemas	a	b	c	d	e
25. Tenciono ensinar a resolver problemas quando leccionar	a	b	c	d	e

Nome:.....
 Data:...../...../..... Início:horas Fim:horas
 Estudante [] Professor []

TAREFA 2

Importância relativa das várias finalidades do ensino da resolução de problemas em matemática

Responda, por favor, a cada um dos itens seguintes, assinalando a opção escolhida

- a Muito mais importante do que a maior parte dos outros listados
- b Um pouco mais importante do que a maior parte dos outros listados
- c Tão importante como a maior parte dos outros listados
- d Um pouco menos importante do que a maior parte dos outros listados
- e Muito menos importante do que a maior parte dos outros listados

Marque apenas uma das 5 opções para cada um dos itens. Leia cuidadosamente e dê a sua resposta de imediato.

Diga, em sua opinião, qual o grau de importância das finalidades seguintes:

- | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1. Proporcionar o desenvolvimento de destrezas básicas para a resolução de problemas essenciais à vida de todos os dias | a | b | c | d | e |
| 2. Dar a conhecer diversos tipos de problemas | a | b | c | d | e |
| 3. Desenvolver as capacidades dos alunos na implementação de estratégias de resolução adequadas | a | b | c | d | e |
| 4. Desenvolver hábitos de reflexão e gosto pela resolução de problemas | a | b | c | d | e |
| 5. Incutir confiança nos alunos quanto às suas capacidades para resolver problemas | a | b | c | d | e |
| 6. Consciencializar os alunos acerca das estratégias que podem ser usadas na resolução de problemas. | a | b | c | d | e |
| 7. Consciencializar os alunos acerca da vantagem inerente a uma abordagem sistemática e organizada dos problemas | a | b | c | d | e |

8. Providenciar os alunos com oportunidades para aprender a raciocinar logicamente

a b c d e

9. Permitir o trabalho de grupo, onde o aluno tem oportunidade de expandir e ver perspectivas diferentes, sobre um mesmo problema

a b c d e

10. Permitir que o aluno e o professor desenvolvam um clima de diálogo, e através dele estabelecer diferentes estilos de ensino e aprendizagem

a b c d e

11. Desenvolver capacidades metacognitivas dos alunos

a b c d e

12. Construir modelos matemáticos de situações reais

a b c d e

13. Estimular a imaginação, permitindo exercitar a criatividade

a b c d e

14. Desenvolver no aluno espírito crítico, que lhe permita seleccionar, analisar e interpretar informação

a b c d e

15. Contribuir para que os alunos se divirtam fazendo problemas

a b c d e

Nome:.....

Data:.... /... /...

Início:horas

Fim:horas

Estudante []

Professor []

TAREFA 3

Importância relativa das várias práticas pedagógicas da resolução de problemas de matemática

Responda, por favor, a cada um dos itens seguintes, assinalando a opção escolhida

- a Muito mais ênfase do que a maior parte das outras listadas
- b Um pouco mais de ênfase do que a maior parte das outras listadas
- c Tanta ênfase como a maior parte das outras listadas
- d Um pouco menos ênfase do que a maior parte das outras listadas
- e Muito menos ênfase do que a maior parte das outras listadas

Marque apenas uma das 5 opções para cada um dos itens. Leia cuidadosamente e dê a sua resposta de imediato.

Diga, em sua opinião, qual a ênfase a dar, a cada uma das práticas seguintes:

- | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1. Durante a resolução, fazer perguntas para clarificar o problema | a | b | c | d | e |
| 2. Discutir possíveis estratégias de solução | a | b | c | d | e |
| 3. Dar pistas, se for preciso, para resolver o problema | a | b | c | d | e |
| 4. Expôr de um modo explícito o ensino de estratégias de resolução de problemas | a | b | c | d | e |
| 5. Fazer uma extensão do problema sempre que possível e/ou necessário | a | b | c | d | e |
| 6. Criar um clima na aula propício à resolução de problemas | a | b | c | d | e |
| 7. Dar tempo suficiente para a resolução | a | b | c | d | e |

8. Variar o tipo de problemas	a	b	c	d	e
9. Estimular o aluno a reflectir sobre o processo de resolução efectuado	a	b	c	d	e
10. Encorajar os alunos a fazer perguntas	a	b	c	d	e
11. Encorajar os alunos a resolverem problemas em grupo	a	b	c	d	e
12. Tentar que todos os alunos da sala sintam satisfação enquanto resolvem problemas	a	b	c	d	e
13. Tentar dar aulas com vivacidade para motivar os alunos	a	b	c	d	e
14. Encorajar os alunos a participar na aula e a expressar as suas ideias	a	b	c	d	e
15. Encorajar cada aluno a procurar as razões ou lógica que está por trás dos procedimentos matemáticos	a	b	c	d	e
16. Esforçar-se em tornar o ensino claro, lógico e preciso	a	b	c	d	e
17. Realizar testes para que o aluno avalie a sua aprendizagem.	a	b	c	d	e

Nome:.....
 Data:.... /... /... Início:horas Fim:horas
 Estudante [] Professor []

TAREFA 4

Importância relativa dos vários parâmetros a avaliar sobre o ensino da resolução de problemas em matemática

Responda, por favor, a cada um dos itens seguintes, assinalando a opção escolhida

- a Muito mais importante do que a maior parte dos outros listados
- b Um pouco mais importante do que a maior parte dos outros listados
- c Tão importante como a maior parte dos outros listados
- d Um pouco menos importante do que a maior parte dos outros listados
- e Muito menos importante do que a maior parte dos outros listados

Marque apenas uma das 5 opções para cada um dos itens. Leia cuidadosamente e dê a sua resposta de imediato.

Diga, em sua opinião, qual o grau de importância dos parâmetros seguintes:

- | | | | | | |
|--|---|---|---|---|---|
| 1. Prestar atenção áquilo que se diz durante a aula | a | b | c | d | e |
| 2. Fazer muitas perguntas sobre o assunto que está a ser tratado | a | b | c | d | e |
| 3. Conseguir ter a maior parte dos trabalhos executados na sala, correctos | a | b | c | d | e |
| 4. Esforçar-se por perceber os assuntos que se estão a tratar | a | b | c | d | e |
| 5. Manifestar vontade de mudar para outro tópico de matemática | a | b | c | d | e |
| 6. Manifestar contentamento durante as aulas | a | b | c | d | e |

7. Apresentar voluntariamente as suas ideias acerca dos assuntos que se estão a tratar	a	b	c	d	e
8. Conseguir seleccionar estratégias apropriadas de resolução	a	b	c	d	e
9. Não conseguir identificar uma estratégia	a	b	c	d	e
10. Implementar, com segurança, estratégias de resolução	a	b	c	d	e
11. Ouvir e discutir as várias estratégias e soluções	a	b	c	d	e
12. Procurar métodos alternativos, durante a resolução	a	b	c	d	e
13. Tentar compreender porque um procedimento matemático funciona na resolução de um problema	a	b	c	d	e
14. Sugerir extensões ao problema	a	b	c	d	e
15. Manifestar desânimo frequentemente	a	b	c	d	e
16. Pedir ajuda frequentemente, quer ao professor quer aos colegas	a	b	c	d	e
17. Manifestar mais sucesso quando inserido em grupo, do que individualmente.	a	b	c	d	e
18. Abordar o problema de um modo sistemático	a	b	c	d	e
19. Demonstra auto-confiança	a	b	c	d	e

Nome:.....
 Data: .../.../... Início:horas Final:horas
 Estudante [] Professor []

TAREFA 5

Características da resolução de problemas

Diga, em sua opinião, as características da resolução de problemas

A resolução de problemas é:

muito ; de certo modo ; nem ; de certo modo ; muito

desafiante _____	maçadora _____
activa _____	passiva _____
usual _____	rara _____
excitante _____	calma _____
interessante _____	aborrecida _____
agradável _____	desagradável _____
leve _____	pesada _____
dinâmica _____	estática _____
complicada _____	simples _____
gratificante _____	frustrante _____
útil _____	supérflua _____
variada _____	monótona _____
valiosa _____	desprezível _____

TIPO DE PROBLEMAS

1. O sr. Silva pediu ao santo da sua terra que lhe duplicasse o dinheiro que tinha na mão. O santo aceitou com a condição de o sr. Silva lhe dar a seguir 500\$00 de esmola e repetir o processo mais duas vezes. No fim o pobre do homem ficou sem nada. Quanto dinheiro tinha o sr. Silva?

2. Num jantar chinês, cada três convidados tinha uma travessa de arroz chau-chau entre eles; cada quatro uma travessa de rebentos de bambú; cada dois uma travessa de galinha com amêndoas. Durante o jantar foram servidas 65 travessas. Quantos convidados estavam no jantar?

3. A Joana, a Sónia, a Ana e a Margarida jogam badmington juntas mas não conseguem encontrar-se todas no mesmo dia.

A Joana não pode jogar às terças, quartas e sábados. A Sónia pode jogar às segundas, quartas e quintas. A Ana tem de ficar em casa às segundas e quintas. A Margarida pode jogar às segundas, terças e sextas. Nenhuma pode jogar ao domingo

1. Pode cada uma arranjar um dia para jogar com cada uma das outras?

2. Há algum dia em que não pode haver jogo?

3. E há algum dia em que pode ser jogado mais do que um jogo com parceiras diferentes?

4. Numa escola há 1000 alunos e 1000 cacifos (numerados de 1 a 1000).

Todos os cacifos estão fechados. O 1º aluno abre-os a todos. O 2º aluno fecha todos os cacifos de ordem par. O 3º aluno "troca o estado" de todos os cacifos de ordem múltipla de 3 (se está fechado, abre-o; se está aberto, fecha-o). O 4º aluno "troca o estado" de todos os cacifos de ordem múltipla de 4. E assim sucessivamente. Finalmente, o milésimo aluno "troca o estado" do milésimo cacifo. Que cacifos ficam abertos no fim?

5. Escrever um número de 10 dígitos de modo que o 1º dígito indique o número total de zeros do número; o 2º dígito indique o número de uns do

número; e assim sucessivamente até que o algarismo das unidades indique o total de nove do número.

0	1	2	3	4	5	6	7	8

6. Três irmãos tinham 24 maçãs para repartirem entre si:

O mais velho, armado em esperto, propôs que cada um teria direito a um número de maçãs igual à idade que tinha há 3 anos. O mais novo, que não tinha nada de tolo e sentindo-se lesado, disse que concordava desde que, depois da distribuição, ele ficasse com metade das maçãs que lhe coubessem e a outra metade seria repartida em partes iguais pelos outros irmãos. A seguir o irmão do meio faria o mesmo e finalmente o mais velho procederia de igual modo. Todos concordaram e ficaram admirados ao verificarem que no fim, cada um ficou com igual número de maçãs.

Que idade tem cada um?

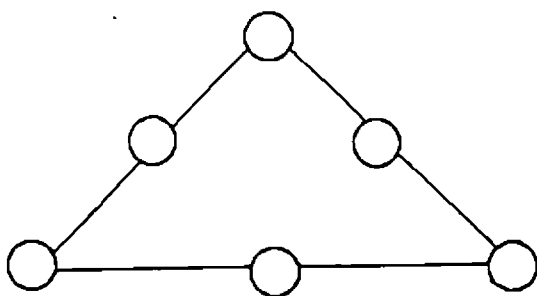
7. A Inês tem muitos animais de estimação. Tem mais 4 peixinhos do que tartarugas e 1 canário a menos do que peixes dourados. Seis dos seus animais são passáros. Tem 2 piriquitos. Quantos animais tem a Inês?

8. Pedro coleciona calendários com carros. Cada dia ele arranja 10 calendários novos. De três em três dias, dá alguns ao seu irmão, mas sempre o mesmo número, que são 3. Se ele tiver 9 calendários no 1º dia, em que dia Pedro terá exactamente 100 calendários?

9. Uma cabra está amarrada num canto de uma cerca rectangular de 20×40 m², com 50 m de corda. Se ela puder comer em qualquer parte fora da cerca até onde a corda lhe permita chegar, qual é a área do terreno no qual ela pode pastar.

10. Um triângulo mágico é um triângulo de círculos tal que a soma dos números dos círculos do mesmo lado é sempre a mesma. Averigue onde colocar os números 1, 2, 3, 4, 5 e 6 de modo a obter um triângulo mágico

cuja soma é 9. Suponha agora que a soma de cada um dos lados é 10 ? E se a soma for 11?



11. Na aula de desenho, o professor pediu aos alunos que criassem um novo animal, juntando dois animais já existentes. Podiam utilizar a girafa, o elefante, o macaco, a avestruz, o leão e o camelo.

Sabendo que cada aluno criou um animal diferente, qual o número máximo de alunos que o professor pode ter?

12. A máquina de escrever do Luís encrava nas teclas 7, 8 e 9. Como o Luís teve de escrever os números de 100 a 200, quantas vezes a máquina de escrever, encravou?

13. O Tiago, o Jaime, o Jorge e o Ricardo foram à pesca. Cada rapaz pescou um peixe. O peixe que o Tiago pescou tinha o dobro do tamanho do peixe do Jaime. O peixe do Jaime era mais pequeno 9 cm do que o peixe do Jorge. O peixe do Jorge era maior 12 cm do que o peixe do Ricardo. O peixe do Ricardo tinha 18 cm de comprimento.

Qual o comprimento do peixe do Tiago?

Anexo 5

Esquema Geral para a Observação de Aulas

Registrar:

- o ambiente/ritmo de trabalho
- as relações interpessoais
- dinâmica da aula
 - papel do professor
 - papel do aluno
- rotina da aula
- comportamento da aula
- condições físicas da sala
- conteúdo da aula
 - desenvolvimento da aula
 - actividades de resolução de problemas
 - situações problemáticas

Anexo 6

Guia de Observação do Aluno em Resolução de Problemas em Pequenos Grupos

Nome: Dia:

Tema: Hora de início: Hora final:

Preparação

Lê/ouve a apresentação do problema _

Faz perguntas de esclarecimento _

Toma nota dos dados _

Faz desenhos _

Usa notação simbólica _

Mudas as condições _

Diz que não percebe o problema _

Pára depois de ler sem tentar resolver _

Planificação e execução

Selecciona a informação _

Relaciona problemas semelhantes _

Selecciona uma estratégia dada _

Usa processos não conhecidos _

Usa fórmulas e algoritmos correctos _

Verifica as hipóteses que usa _

Discute possíveis estratégias _

Discute aspectos particulares do problema _

Diz que se esqueceu como se resolve _

Não conhece as estratégias _

Diz que se esqueceu da estratégia _

Selecciona estratégias erradas _

Diz que vais tentar uma estratégia à sorte

Diz que não se lembra das fórmulas _

Não usa os dados correctamente _

Erra nos cálculos _

Avaliação

Verifica a solução por substituição _

Verifica se a solução satisfaz as condições do problema _

Olha para trás _

Faz extensões ao problema _

Faz deduções erradas _

Usa vários cálculos sem procurar induzir _

Tem falta de conhecimentos matemáticos _

Resolve por outro método alternativo _

Sugere um novo problema _

Chega a solução correcta _

Discute a solução obtida _

Ouve e discute outras soluções _

Miscelânea

Faz perguntas originais _

Expressa prazer pelo problema _

Usa procedimentos poucos ortodoxos _

Trabalha sozinho _

Trabalha com os companheiros _

Dá opiniões _

Aceita opiniões _

É persistente _

É impulsivo _

Fala apenas quando solicitado _

Tem falta de tempo para resolver o problema _

Expressa aborrecimento pelo problema _

Expressa incerteza em relação à solução _

Admite confusão _

Não consegue explicar o resultado _

Pede ajuda aos colegas _

Pede ajuda ao professor _

Lidera a resolução _

Não põs nenhuma questão _

Não fez nada _

Comentários

**Guia de observação
do aluno em
Actividades de Resolução de Problemas**

Nome:	Data: / /	Início: horas	Final: horas	
		Estudante ()	Professor ()	
			Frequentemente	Algumas vezes
				Nunca
1. Selecciona estratégias apropriadas de resolução			-----	-----
2. Implementa com segurança, estratégias de resolução			-----	-----
3. Quando se encontra em situação de impasse, tenta uma estratégia de resolução diferente (sem ajuda do professor)			-----	-----
4. Aborda o problema de um modo sistemático (clarifica as questões, identifica os dados necessários, selecciona e implementa uma estratégia de resolução, verifica a solução)			-----	-----
5. Consegue chegar à solução			-----	-----
6. Mostra perseverança na resolução de problemas			-----	-----
7. Demonstra auto-confiança na resolução de problemas			-----	-----
8. Pede ajuda ao professor			-----	-----
9. Trabalha sózinho			-----	-----

Anexo 8

Sistema de Categorias

1. A Matemática

1.1. Atributos

1.1.1. a nível da forma

1.1.2. a nível de conteúdos

1.2. Importância

1.2.1. Desenvolvimento cognitivo

1.2.2. Utilidade

1.2.2.1. resolução de problemas do dia-à-dia

1.2.2.2. aplicabilidade a outras disciplinas

1.2.2.3. prazer

2. A Resolução de Problemas

2.1. O problema

2.2. Atributos

2.3. Importância

2.3.1. Desenvolvimento cognitivo

2.3.2. Utilidade

2.4. Função

3. O ensino da Resolução de problemas

3.1. Os Métodos

3.1.1. Método implícito

3.1.2. Método explícito

3.2. Requisitos

3.3. O trabalho

3.3.1. Individual

- 3.3.2. Grupo
- 3.4. As estratégias
 - 3.4.1. Utilidade
 - 3.4.2. Aplicabilidade
- 3.5. Tipos de problemas
- 3.6. O saber
 - 3.6.1. Resolver problemas
 - 3.6.2. Formular problemas
 - 3.6.3. Raciocinar
 - 3.6.4. Aplicar
- 3.7. Avaliação
 - 3.7.1. Os testes
 - 3.7.2. Outras formas
- 4. Os agentes
 - 4.1. O professor
 - 4.1.1. Actuação
 - 4.2. O aluno
 - 4.2.1. Actividade
 - 4.3. Os materiais